



RECURSOS DIDÁCTICOS

QUINTO DE SECUNDARIA

RAZ. MATEMÁTICO

SERIES



CONCEPTO

Es una continuación ordenada de términos, que guardan una determinada regla de formación.

EJEMPLOS:

Sucesión: 4 + 8; 12 ; 16

$$\rightarrow \underbrace{4 + 8 + 12 + 16}_{\text{serie}} = \underbrace{40}_{\text{valor de la serie}}$$

Sucesión:

$$\rightarrow \underbrace{1 + 4 + 16 + 64 + 256}_{\text{serie}} = \underbrace{341}_{\text{valor de la serie}}$$

TIPOS DE SERIE

1. SERIE ARITMÉTICA:

CONCEPTO

Es una continuación ordenada de números, en la cual se cumple que cada término es igual a su anterior aumentado en una cantidad constante llamada razón.

Serie: $\overbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{(n-1)} + a_n}^{\text{"n" términos}}$

En donde:

a_1 = Primer término

a_2 = Segundo término

:

:

a_n = Enésimo término

Razón (r)

$$r = a_2 - a_1$$

$$r = a_3 - a_2$$

$$r = a_n - a_{(n-1)}$$



TIPOS DE SERIE ARITMÉTICA

a) Serie aritmética creciente

Cuando la razón resulta ser positiva, en este caso cada término resulta ser mayor que el término anterior.

$$\text{Ej: } \underbrace{3 + 5 + 7 + 11}_{\substack{+2 \quad +2 \quad +2}} = 26$$

b) Serie aritmética decreciente

Cuando la razón resulta ser negativa; en este caso cada término resulta ser menor que el término anterior.

$$\text{Ej: } \underbrace{30 + 25 + 20 + 15}_{\substack{-5 \quad -5 \quad -5}} = 90$$



Sabías que ...

En el cerebro existen 100 millones de neuronas.
Y en el cerebro existen 100 trillones de interconexiones en serie.

Sea la siguiente serie aritmética:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{(n-1)} + a_n$$

- a_1 = Primer término
- a_n = Enésimo término
- n = Número términos
- r = razón

FORMULAS:

Para calcular el término enésimo (a_n)

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Para calcular el número de términos (n)

$$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$$

Para calcular la suma de términos (S)

$$S_A = \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) n$$

Para calcular el término central (T_C)

$$T_C = \frac{a_1 + a_n}{2}$$

Nota: "n" debe ser impar.



2. SERIE GEOMÉTRICA:

CONCEPTO

Es una continuación ordenada de números en la cual se cumple que cada término se obtiene multiplicando al anterior una cantidad constante llamada razón.

Serie: $\overbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}^{\text{"n" términos}}$

- a_1 = Primer término
- a_2 = Segundo término
- :
- :
- a_n = Enésimo término

Razón (r)

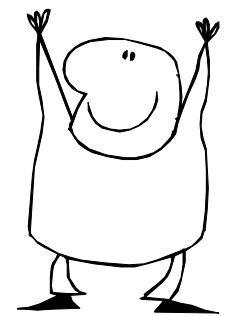
$$r = \frac{a_2}{a_1}$$

$$r = \frac{a_3}{a_2}$$

:

:

$$r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$



► **TIPOS DE SERIE GEOMÉTRICA:**

a) **Serie geométrica creciente**
Cuando la razón es mayor que la unidad.

Ej: $3 + 9 + 27 + 81 + 243$
 $\quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{\times 3} \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{\times 3} \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{\times 3} \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{\times 3}$

b) **Serie geométrica decreciente**
Cuando la razón es menor que uno pero mayor que cero.

Ej: $1000 + 500 + 250 + 125$
 $\quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{\times \frac{1}{2}} \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{\times \frac{1}{2}} \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{\times \frac{1}{2}}$

Sea la siguiente serie geométrica:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n$$

a_1 = Primer término

a_n = Enésimo término

n = Número términos

r = razón

FORMULAS:

Para calcular el término enésimo (a_n)

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Para calcular la suma de términos (S)

$$S = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1}$$

Para calcular el término central (T_c)

$$T_c = \sqrt{a_1 \times a_n}$$

Nota: "n" debe ser impar

PRINCIPALES SERIES NOTABLES

1. Suma de los "n" primeros números naturales:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

n : número de términos

Ej:

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20$$

$$S = \frac{(\quad)(\quad)+1}{2} = \boxed{\quad}$$

2. Suma de los "n" primeros números pares:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n+1)$$

n : número de términos

Ej:

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 20$$

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2 \underbrace{(10)}_n$$

$$S = (\quad) [(\quad) + 1]$$

$$S = \boxed{\quad}$$

3. Suma de los "n" primeros números impares:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

n : número de términos

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 61$$

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + \underbrace{2(31)}_n - 1$$

$$S = (\quad)^2 = \boxed{\quad}$$

4. Suma de los "n" primeros números cuadrados perfectos.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

n : número de términos

Ej:

$$S = 1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 625$$

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 25^2$$

$$S = \frac{(\quad)(\quad + \quad)[2(\quad) + 1]}{6}$$

$$S = \boxed{\quad}$$

5. Suma de los "n"

Primeros cubos perfectos

$$1^2 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

n : número de términos

$$S = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 + \dots + 1000$$

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 10^3$$

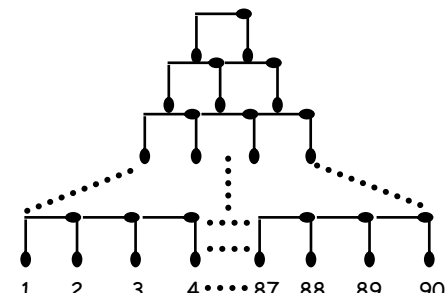
$$S = \left[\frac{(\quad)(\quad)+1}{2}\right]^2$$

$$S = \boxed{\quad}$$



Ejercicios de Aplicación

- Calcular:
 $S = 0,1 + 0,3 + 0,5 + \dots + 8,7$
 a) 147,5 b) 193,6 c) 191,2
 d) 183,4 e) 154,3
- Calcular:
 $S = 0,01 + 0,04 + 0,09 + \dots + 16$
 a) 136,2 b) 175,5 c) 181,8
 d) 221,4 e) 164,4
- Hallar el valor de "x" en:
 $1 + 3 + 5 + \dots + (2x - 13) = 324$
 a) 17 b) 19 c) 21
 d) 24 e) 32
- Hallar:
 $S = (1^3 + 12) + (2^3 + 12) + (3^3 + 12) + \dots + (9^3 + 12)$
 a) 2312 b) 2415 c) 2133
 d) 2416 e) 28158
- Hallar "x"
 $29 + 31 + 33 + 35 + \dots + x = 3525$
 a) 123 b) 119 c) 117
 d) 121 e) 125
- Dada:
 $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n + 1)$
 Hallar:
 $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{30}$
 a) 2680 b) 5310 c) 5480
 d) 5430 e) 5455
- Hallar el resultado de efectuar la serie:
 $S = 5 + 6 + 7 + 9 + 9 + 12 + 11 + 15 + \dots$
 Sabiendo que tiene 100 sumandos.
 a) 6675 b) 6645 c) 6895
 d) 6915 e) 6924

- Hallar "n" si:
 $49 + 64 + 81 + \dots + n$
 La suma de los términos de la sucesión es 433.
 a) 529 b) 400 c) 576
 d) 676 e) 900
- Con 406 canicas, un niño formó un triángulo.
 ¿Cuántas bolas formaran la base?
 a) 18 b) 24 c) 28
 d) 32 e) 40
- La suma de los terceros términos de dos P.A. cuyas razones se diferencian en 2 es 33. Hallar la suma de los 10 primeros términos de una nueva P.A. que se forma al sumar términos correspondientes de las dos P.A. antes mencionadas sabiendo además que la suma de los términos anteriores al primero de las primeras P.A. es -3.
 a) 550 b) 620 c) 580
 d) 630 e) 610
- Hallar el total de palitos que forman la pirámide.

 a) 8099 b) 4364 c) 9456
 d) 3948 e) 14350
- Richy compra el día de hoy 19 cajas de manzanas y ordena que cada día que transcurra se compre una caja más que el día anterior. ¿Cuántas cajas compró en total, si el penúltimo día se compraron 43 cajas?
 a) 413 b) 814 c) 317
 d) 819 e) 563

13. En el siguiente arreglo numérico, hallar la suma de los términos de la fila 20.

$$F_1 : 1$$

$$F_2 : 3 \quad 5$$

$$F_3 : 7 \quad 9 \quad 11$$

$$F_4 : 13 \quad 15 \quad 17 \quad 19$$

$$F_5 : 21 \quad 23 \quad 25 \quad 27 \quad 29$$

- a) 7000 b) 8000 c) 1250
d) 4320 e) 3560

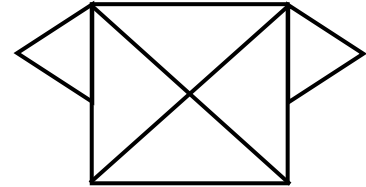
14. Calcular:

$$S = 1 + 3 + 6 + 12 + \dots + 1536$$

- a) 3071 b) 3074 c) 3070
d) 3064 e) 3069

15. Alex le dijo a su hija Lady: "Te voy a pagar una suma por el primer triángulo que encuentres de la siguiente figura, y luego te iré duplicando dicha suma por cada nuevo triángulo que encuentres". Si Alex le pagó 4092 soles en total. ¿Cuánto le pagó por el cuarto triángulo?

- a) 512
b) 216
c) 16
d) 32
e) 64



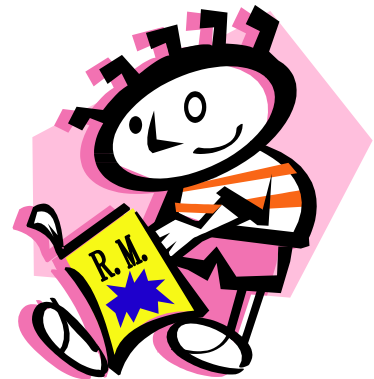
Desafío

Hallar:

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \dots$$

Si la serie tiene 30 términos

- a) 1/30 b) 1/31 c) 30/31
d) 2/31 e) 32/31



Tarea Domiciliaria



1. Calcular:

$$S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 19^2$$

- a) 1260 b) 1330 c) 1680
d) 1335 e) 1440

2. Hallar:

$$S = 1 - 4 + 9 - 16 + 25 - \dots$$

- a) - 930 b) -740 c) -820

- d) -910 e) -790

3. Hallar: $a + b + c + x$

Si se cumple que:

$$\overline{x1x} + \overline{x2x} + \overline{x3x} + \dots + \overline{x9x} = \overline{abc4}$$

- a) 17 b) 23 c) 14
d) 20 e) 24

4. De un libro se arrancan 61 hojas de la parte final. Si se sabe que en la numeración de éstas (hojas arrancadas) se han usado 365 tipos. Hallar la cantidad total de hojas de dicho libro.

- a) 120 b) 110 c) 210

d) 240 e) 180

5. Cuando la suma de los 10 primeros términos de una P.A. es igual a 4 veces la suma de los cinco primeros, ¿Cuál es la razón geométrica entre el primer término y la diferencia común?

a) 2/3 b) 1/5 c) 1/2
d) 2/7 e) 5/9

6. Se deben almacenar 810 postes cilíndricos en un espacio abierto, formando así el primero lecho horizontal de 50 postes y cada lecho sucesivo debe contener un poste menos que el precedente para no derrumbarse. ¿Cuántos lechos pueden formarse?

a) 81 b) 27 c) 35
d) 44 e) 20

7. Se tiene la siguiente sucesión:

1, 5, 15, 34, 65, 111...

Hallar:

a : El término de número ordinal 20.

b : La suma de los 20 primeros términos.

a) 4010 ; 22125 d) 7050 ; 180
b) 315 ; 1510 e) 3290 ; 35710
c) 2050 ; 21215

8. Un profesor se dio cuenta que a medida que transcurría el ciclo, el gastaba mayor número de tizas por semana. Así la primera semana gasto 11 tizas, la segunda 13 tizas, la tercera 15 tizas y así sucesivamente. Si el ciclo duró 38 semanas; y cada caja de tizas contiene 15 tizas. ¿Cuántas abrió el profesor durante el ciclo para completar su dictado?

a) 121 b) 122 c) 123
d) 120 e) 124

9. Las edades de cinco personas están en progresión geométrica; siendo 2^{20} el producto de las edades. ¿Cuál es la edad de la persona intermedia?

a) 16 b) 8 c) 32
d) 64 e) 4

10. Dada: $f(x) = \overbrace{102+104+106+\dots}^{\text{x sumandos}}$

Calcular:

$$S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(49)$$

a) 134 560 b) 164 150 c) 136 420
d) 230 400 e) 143 250

11. Calcular el valor de "S":

$$S = 9 + 12 + 17 + 24 + \dots + 177$$

a) 814 b) 910 c) 873
d) 913 e) 923

12. Calcular S en:

$$S = 5 + 5 + 20 + 50 + 95 + \dots \text{ (20 sumandos)}$$

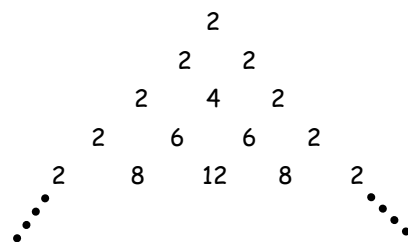
a) 15400 b) 24350 c) 17200
d) 3540 e) 44320

13. Calcular la suma de la sucesión:

3; 14; 39; 84; ... ; 3615

a) 12300 b) 14320 c) 15480
d) 15760 e) 17380

14. El siguiente arreglo tiene 20 filas. ¿Cuánto sumaran todos sus términos?



a) $2^{21} - 1$ b) $2^{19} - 1$ c) $2^{21} - 1$
d) $2^{18} - 1$ e) $2^{20} - 1$

15. El costo de una yegua se vincula al número de clavos que lleva en las herraduras, cotizando el primero clavo en 3 dólares, el segundo clavo en 9 dólares, el tercer clavo en 27 dólares y así sucesivamente siempre triplicando hasta el último clavo. Determine el costo de la yegua, si en total la yegua lleva 8 clavos.

a) \$ 9 840 b) 3 280 c) 29 520
d) 12 680 e) 9 060