



# RECURSOS DIDÁCTICOS

TERCERO DE SECUNDARIA

RAZ. MATEMÁTICO

## OPERADORES MATEMÁTICOS II

¡Contemos hasta 10!



El ser humano aprendió primero a contar, para más tarde dar una representación gráfica a los números que así obtuvo. Contemos juntos hasta 10 y veamos su representación en los diferentes idiomas...

Si hablas español, empezará a contar: "Uno, dos, tres, ...". Si hablas inglés, dirás: "One, Two, Three...". Si hablas ashanti, un idioma africano, contarás: "Eko, eno, esa ...". Hay nombres especiales para los primeros diez números, en casi todos los idiomas. Junto al nombre escrito de cada número, puedes ver

	ESPAÑOL	QUECHUA	JAPONÉS CHINO	CHINO	JAPONÉS	HINDI (India)	
	se escribe	se lee	se escribe	se lee	se lee	se escribe	se lee
1	uno	juq	一	(i)	(i chi)	एक	(eik)
2	dos	iskay	二	(a)	(ni)	दो	(do)
3	tres	kimsa	三	(san)	(san)	तीन	(tin)
4	cuatro	tawa	四	(su)	(shi)	चार	(char)
5	cinco	pishqa	五	(wu)	(go)	पांच	(panch)
6	seis	soqta	六	(liu)	(ro ku)	छे	(chey)
7	siete	qanchis	七	(chi)	(shi chi)	सात	(sat)
8	ocho	pusaj	八	(ba)	(ha chi)	आठ	(at)
9	nueve	isqon	九	(ju)	(kiu)	नौ	(no)
10	diez	chunka	十	(shia)	(ju)	दस	(zas)

	ITALIANO	FRANCÉS		INGLÉS		ASHANTI (África)	
	se lee	se escribe	se lee	se escribe	se lee	se escribe	se lee
1	uno	un	(an)	one	(uan)	eko	(ekó)
2	due	deux	(de)	two	(tu)	eno	(enó)
3	tre	trois	(truá)	three	(zri)	esa	(esá)
4	quattro	quatre	(cart)	four	(foor)	enaé	(inay)
5	cinque	cinq	(senc)	five	(faif)	innum	(inum)
6	sei	six	(sis)	six	(six)	insia	(insia)
7	sette	sept	(set)	seven	(seven)	nso	(ensó)
8	otto	huit	(uit)	eight	(eit)	inwotwie	(inwotwi)
9	nove	neuf	(nef)	nine	(nain)	enkoro	(enkró)
10	dieci	dix	(dis)	ten	(ten)	edu	(edú)

El que no se equivoca nunca, es que nunca hace nada.

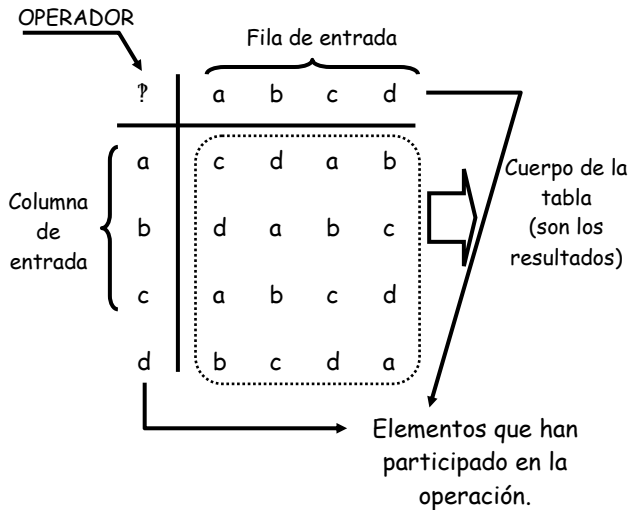
A. VALDÉS

### OBJETIVOS

- Comprender las propiedades de las operaciones matemáticas.
- Potenciar la aptitud de reconocimiento y manejo adecuado de nuevas estructuras simbólicas relacionadas con las operaciones matemáticas.

**OPERADORES MATEMÁTICOS II (TABLAS)**

En lugar de una fórmula para hallar resultados, la operación binaria puede presentar estos resultados en una tabla, que se consulta siguiendo pautas establecidas.



Para operar de forma básica se realiza:

$$N^{\circ}\text{columna } ? \text{ (N}^{\circ}\text{fila)} = \text{Intersección en la tabla}$$

Ejemplos:

1. Dada:

?	1	2	3	4
1	2	4	1	3
2	4	1	3	2
3	1	3	2	4
4	3	2	4	1

Calcular :  $3 ? 2$

Solución.-

Luego:  $\therefore 3 ? 2 = 3$

2. De acuerdo a:

?	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

#	1	2	3
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3

Calcular:

$$A = \frac{(1 ? 2) \# (2 ? 2)}{(3 \# 3) ? (2 \# 1)}$$

Rpta : \_\_\_\_\_

**PROPIEDADES**

1. Clausura o Cerradura:

$$\forall a \wedge b \in A * a ? b \in A$$

En tablas:

Veamos los ejemplos:

En :  $A = \{1, 2, 3, 4\}$

Se define:

Están todos los elementos de "A"

Aquí están todos los resultados y todos ellos pertenecen al conjunto A.

$\therefore$  La operación "Δ" es cerrada en A.

En  $M = \{a, b, c, d\}$

Se define:

Están todos los elementos de "M"

Este resultado no pertenece al conjunto "M"

$\therefore$  La operación (?) no es cerrada en M.

## II. CONMUTATIVIDAD

$$\forall a \wedge b \in A * a ? b = b ? a$$

En caso de tablas:

Dada:

Mantén el mismo orden

?	m	n	p	q
m	p	q	m	n
n	q	n	n	p
p	m	n	p	q
q	n	p	q	m

Se observa una distribución simétrica

∴ La operación (?) es conmutativa.

Si: Mantienen el mismo orden

#	a	b	c
a	c	a	b
b	b	c	a
c	c	a	b

No se da simetría por que los elementos son diferentes.

∴ La operación (#) no es conmutativa.

## III. ELEMENTO NEUTRO (e)

$$\exists e \in A / \forall a \in A \wedge a ? e = e ? a = a$$

En tablas (Criterio de intersección)

Veamos:

Mantén el mismo orden

?	a	b	c	d
a	d	a	b	c
b	a	b	c	d
c	b	c	d	a
d	c	d	a	b

Filas iguales

Columnas iguales

∴ e = b

Ejemplo:

Tiene elemento neutro (θ) la siguiente tabla?

?	2	4	6
2	4	6	2
4	2	6	4
6	2	4	6

Rpta: e = \_\_\_\_\_

## IV. ELEMENTO INVERSO (a<sup>-1</sup>)

$$\exists e \in A, \forall a \in A, \exists a^{-1} \in A * a ? a^{-1} = a^{-1} ? a = e$$

e = Elemento neutro

a<sup>-1</sup> = Elemento inverso de a  $\left( a^{-1} \neq \frac{1}{a} \right)$

En tablas:

De acuerdo a la operación mostrada en la siguiente tabla definida en A = {a, b, c}

?	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

Calcular: a<sup>-1</sup>, b<sup>-1</sup>, c<sup>-1</sup>

a<sup>-1</sup> = Elemento inverso de "a"

**Solución.-**

1. Hallemos "e"

?	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

⇒ e = c

2.

Por definición  $\wedge a ? a^{-1} = c \quad b ? b^{-1} = c \quad c ? c^{-1} = c$   
de inversos

De la tabla  $\wedge a ? b = c \quad b ? a = c \quad c ? c = c$

$$\therefore a^{-1} = b \quad b^{-1} = a \quad c^{-1} = c$$

Ejemplo:


Se define:  $A = \{1, 3, 5, 7\}$

$\theta$	1	3	5	7
1	5	7	1	3
3	7	1	3	5
5	1	3	5	7
7	3	5	7	1

Calcular:  $1^{-1}, 3^{-1}, 5^{-1}, 7^{-1}$

Rpta : \_\_\_\_\_

**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**



*Ya conoces todo lo referente a operadores definidos por tablas y sus propiedades, ahora práctica desarrollando los siguientes ejercicios.*

1. Sea:  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  y definimos la operación #.

#	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	2	3	0
2	2	3	1	0
3	3	1	0	2

Calcular:  $(0 \# 1) \# (3 \# 2)$

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) F.D.

2. En base a la operación anterior:

- I. ¿Es abierta o cerrada?  
\_\_\_\_\_
- II. ¿Es conmutativa?  
\_\_\_\_\_
- III. ¿Tiene elemento neutro?  
\_\_\_\_\_
- IV. ¿Es Asociativa?  
\_\_\_\_\_

3. Dada la siguiente tabla:

?	m	n	p	q
m	q	p	m	n
n	p	m	n	q
p	m	n	q	p
q	n	q	p	m

Calcular:  $E = \frac{(m \# n) \# (p \# q)}{(q \# p) \# m}$

- a) q/n
- b) q/m
- c) p/m
- d) p/q
- e) p/n

4. Si:

$\square$	4	5	6
4	14	18	22
5	18	23	28
6	22	28	34

Hallar:  $7 \square 8$

- a) 48
- b) 50
- c) 54
- d) 51
- e) 38

5. Si:

$\theta$	1	2	3
1	3	5	7
2	5	8	11
3	7	11	15

- a) 261
- b) 253
- c) 249
- d) 287
- e) 276

6. Hallar:  $(3 \theta 5) \theta (2 \theta 3)$

Dada la operación (?)

?	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	d	a	b	c
c	c	d	a	b
d	b	c	d	a

¿Cuál es el elemento neutro ?

- a) a
- b) b
- c) c
- d) d
- e) No tiene

7. ¿Cuál es elemento inverso de "c"?

- a) a                                      b) b                                      c) c  
d) d                                      e) F.D.

8. Calcular:  $\frac{(a^{-1} ? a) ? (b^{-1} ? c)}{(c^{-1} ? d) ? d^{-1}}$

- a) b/a                                      b) b/c                                      c) c/a  
d) c/b                                      e) No se puede

9. ¿Cuáles es el elemento neutro?

$\Delta$	1	2	3	4
1	3	1	4	2
2	1	2	3	4
3	4	3	2	1
4	2	4	1	3

- a) 1    b) 2    c) 3  
d) 4    e) No hay

10. Según el prob. Anterior, calcular:

$$E = \frac{(1 \Delta 2^{-1}) \Delta (3^{-1} \Delta 4)}{2 \Delta (1^{-1} \Delta 4^{-1})}$$

- a) 1,5    b) 1    b) 2  
d) 0,5    e) 0,6

11. Según el prob. 9, calcular:

$$P = \frac{(2 \Delta 3^{-1})^{-1} \Delta (2 \Delta 3^{-1})^{-1}}{(1 \Delta 2^{-1})^{-1} \Delta (1 \Delta 4)^{-1}}$$

- a) 0,5    b) 1    c) 2  
d) 1,3    e) 4

12. Dada la tabla:

$\heartsuit$	a	b	c
a	c	b	a
b	b	c	a
c	a	c	b

Y además se sabe que:

$$(x \heartsuit a) \heartsuit b = (a \heartsuit b) \heartsuit c$$

Hallar "X"

- a) a    b) b    c) c  
d) a ó b    e) No hay solución posible

13. Si:

?	1	2	3	4
1	2	4	3	1
2	1	2	3	4
3	1	3	2	4
4	3	2	4	1

Hallar "x", en:

$$(x ? 1) ? 2 = (3 ? 4) ? 1$$

- a) 1    b) 2    c) 3  
d) 4    e) No hay solución posible

14. En:  $A = \{a, b, c, d\}$  se define la operación (?) en la siguiente tabla:

?	a	b	v	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

Responder:

- I. ¿La operación es correcta?  
II. ¿La operación es conmutativa?

Calcular "x" en:

$$[(x^{-1} ? a^{-1}) ? (b^{-1} ? a)] ? a = c^{-1} ? d^{-1}$$

Rpta: \_\_\_\_\_

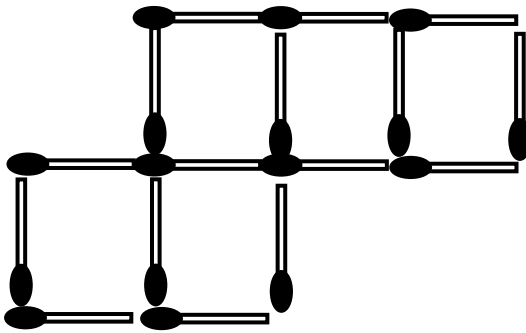
15. En los naturales se define:

$\Delta$	1	3	5	7
1	3	5	7	1
3	5	7	1	3
5	7	1	3	5
7	1	3	5	7

Calcular :  $E = [(3^{-1} ? 7^{-1}) ? (1^{-1} ? 5^{-1})]^{-1}$

- a) 1    b) 2    c) 3  
d) 4    e) N.A.

## DESAFIO



Lo que tienes en el gráfico adjunto es la representación de 16 fósforos que forman 5 cuadrados.

El desafío consiste en formar 4 cuadrados de igual tamaño, cambiando de posición dos fósforos, sin dejar de utilizar uno sólo.

No es válido sacar los fósforos, ni partirlos.

### TAREA DOMICILIARIA N°7

1. Si:

?	4	5	6
4	5	6	4
5	4	5	6
6	6	4	5

Hallar:  $[(6?4) ? (5?6)] [(9?4) ? (6?6)]$

- a) 4                      b) 6                      c) 5  
d) 0                      e) 1

2. Se tiene:

0	1	3	5
1	10	3	5
3	3	30	0
5	5	0	50

Hallar:  $315 \ 0 \ 135$

- a) 330                      b) 300                      c) 333  
d) 303                      e) 301

3. En:  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , se define:

?	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	1	1
3	3	1	1	4
4	4	2	3	4

Hallar el valor de verdad de:

- 1)  $x ? 2 = 1$ ; tiene solución única.  
2)  $\forall x, y \in A \ \diamond x ? y = y ? x$   
3)  $(2 ? 3) ? [3 ? (4 ? 1)] = 4$

- a) VFF                      b) FFF                      c) VVV  
d) FVF                      e) FFV

4. Si la tabla es conmutativa

?	2	5	8	0
2	5	80		
5		8	20	
8	50		2	8
0	2	5		0

Hallar la suma de cifras de:  $255882 ? 225585$

- a) 10                      b) 18                      c) 22  
d) 20                      e) 24

5. Si:

?	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	10
2	2	3	10	11
3	3	10	11	12

Hallar:  $123321 ? 132213$

- a) 322200                      d) 33200  
b) 232200                      e) 233300  
c) 222200

6. Si:

0	1	3
1	1	3
3	3	31

Hallar :  $1331 \ominus 3133$

- a) 13311                      b) 31113                      c) 13331  
 d) 31131                      e) 11331

7. Si:  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

?	0	1	2	3	4
0	4	3	2	1	0
1	3	4	3	2	1
2	2	3	4	3	2
3	1	2	3	4	3
4	0	1	2	3	4

Hallar el número de relaciones verdaderas:

- 1) ? es conmutativa
- 2) ? es cerrada
- 3) Tiene "e"
- 4) Tiene elemento inverso

- a) 0                              b) 2                              c) 3  
 d) 4                              e) 1

8. Se define :  $A = \{a, b, c, d, e\}$

?	a	b	c	d	e
a	e	d	c	b	a
b	d	c	b	a	e
d	b	a	e	d	a
e	a	e	d	a	b

¿Cuáles son ciertas?

- I. ? Es conmutativa
- II.  $[(a?b) ? c] ? [a? (b?c)] = b$
- III.  $\left(\frac{b?c}{b}\right) + \left(\frac{d?c}{e}\right) = 2$

- a) Sólo I                      b) I y II                      c) I y III  
 d) I, II y III                      e) N.A.

9. En R se define:

0	0	1	2	3
0	0	2	4	6
1	3	1	1	3
2	6	4	2	0
3	9	7	5	3

Hallar el valor de:  $27 \ominus 16$

- a) 49                              b) 48                              c) 46  
 d) 52                              e) 53

10. Si:

#	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	3	0	2
2	2	0	3	1
3	3	2	1	0

resolver, y hallar "x"

$$(3 \# x) \# (2 \# 0) = (3 \# 3) \# 0$$

- a) 1                              b) 0                              c) 2  
 d) 3                              e) 4

11. La tabla:

?	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	1
2	2	1	0

corresponde a la ley de formación para  $(a ? b)$

- a)  $\frac{a+b}{a-b}$                       b)  $\frac{2ab}{a+b-1}$                       c)  $a + b - 1$   
 d)  $a + b - ab$                       e)  $2a - 3b + ab$

12. Dada:

?	1	2	3	4	5
1	5	3	4	1	2
2	1	4	5	2	3
3	2	5	1	3	4
4	3	1	2	4	5
5	4	2	3	5	1

Hallar:  $[(3^{-1} ? 5^{-1})^{-1} ? 2^{-1}] ? 4^{-1}$

13. Si:

$\theta$	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

Hallar:

$$[(2^{-1} \theta 3^{-1})^{-1} \theta 2^{-1}]^{-1}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) 5

14. En el conjunto:  $A = \{0, 1, 2, 3\}$

$\alpha$	0	1	2	3
0	2	3	0	1
1	2	3	0	1
2	0	1	1	1
3	3	1	1	0

$\theta$	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	2	4	1	2
3	1	1	4	2
4	1	2	2	4

Hallar "x" en:

$$(x \alpha 1) \theta (3 \alpha 1) = (4 \theta 3) \alpha (4 \theta 1)$$

- a) 0                      b) 1                      c) 2  
 d) 3                      e) 4

15. Se define en :

$$A = \{a, b, c, d\}$$

La operación:

$\theta$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Hallar el valor de:

$$[(d \theta a^{-1})^{-1} \theta b^{-1}]^{-1}$$

- a) a                      b) b                      c) c  
 d) 0                      e) 1