



# RECURSOS DIDÁCTICOS

QUINTO DE SECUNDARIA

ARITMÉTICA

## MCD y MCM



### MAXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D.)

Es el mayor de los divisores comunes de varios números. También se le conoce con el nombre de Prodivisor o Máximo Común Divisor.

Ejm:

Sean los números 45 y 75  
Divisores

45 : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45

75 : 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 ; 75

Divisores comunes: 1, 3, 5, 15

El mayor de los divisores comunes es 15  
entonces: M.C.D. (45, 75) = 15.

NOTA:

Los divisores comunes de varios números son los divisores de su M.C.D.



### MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (M.C.M.)

Se llama así al menor de los múltiplos comunes de varios números. Se les llama también Promúltiplo o Mínimo Común.

Ejm:

Sean los números 8 y 12.  
Múltiplos positivos.

8 : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, ...

12 : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...

Múltiplos positivos comunes: 24, 48, 72, 96, 120  
El menor de los múltiplos comunes es 24  
entonces el M.C.M. (8, 12) = 24

NOTA:

Si  $N = \overset{\circ}{a}$  y además  $N = \overset{\circ}{b}$

Entonces  $N = M.C.M. (\overset{\circ}{a}, \overset{\circ}{b})$

### PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

#### Por descomposición canónica

Se descompone canónicamente a cada uno de los números y luego:

- El M.C.D. es el producto de aquellos factores primos que sean comunes a todas las descomposiciones, elevados al menor exponente con que aparecen en ella.
- El M.C.M. será el producto de todos aquellos factores primos existentes en las descomposiciones elevadas al mayor exponente con que aparecen en ellas.

Ejm:

Sean los números 1800, 756 y 2376 cuyas descomposiciones canónicas son:

$$1800 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$756 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$$

$$2376 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 11$$

Entonces:

$$MCD_{(1800, 756, 2376)} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

$$MCM_{(1800, 756, 2376)} = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 11 = 415\ 800$$

**Método Práctico**

Se descompone a los números en forma simultánea y luego:

- A. El procedimiento para el M.C.D. termina al encontrar números primos entre sí.
- B. El procedimiento para el M.C.M. terminan al encontrar la unidad.

1800 - 756 - 2376	2	}	M.C.D.
900 - 378 - 1188	2		
450 - 189 - 594	3		
150 - 63 - 198	3	}	M.C.M.
50 - 21 - 66	2		
25 - 21 - 33	3		
25 - 7 - 11	5		
5 - 7 - 11	5		
1 - 7 - 11	7		
1 - 1 - 11	11		
1 - 1 - 1	1		

Entonces:

$$MCD_{(1800, 756, 2376)} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

$$MCM_{(1800, 756, 2376)} = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = 415\ 800$$



## Ejercicios de Aplicación

1. ¿Cuántos divisores comunes tienen los números 504, 693 y 315?
  - a) 4
  - b) 5
  - c) 6
  - d) 7
  - e) 8
  
2. ¿Cuál es el menor número que tiene como divisores a 48, 84, 90 y 108?
  - a) 15 120
  - b) 7 560
  - c) 5 670
  - d) 11 340
  - e) N.A.
  
3. ¿Cuántos múltiplos comunes de 4 cifras tienen los números 18, 40 y 56?
  - a) 1
  - b) 2
  - c) 3
  - d) 4
  - e) 5
  
4. Hallar "n" sabiendo que el M.C.D. de  $A = 8 \times 6^n$  y  $B = 6 \times 8^n$  tiene 18 divisores.
  - a) 2
  - b) 3
  - c) 4
  - d) 5
  - e) 6
  
5. ¿Cuántos divisores comunes tienen los números 3780, 5940 y 1080?
  - a) 15
  - b) 18
  - c) 20
  - d) 24
  - e) 30
  
6. ¿Cuál es el número más pequeño que tiene como divisores a 180, 324 y 252?
  - a) 12 180
  - b) 11 340
  - c) 11360
  - d) 11 330
  - e) 12 160
  
7. Encontrar el menor número de cuatro cifras que dividido entre 12, 14 y 16 da como residuo 7.
  - a) 1008
  - b) 1007
  - c) 1010
  - d) 1015
  - e) 1020

8. ¿Cuántos divisores tendrá el M.C.D. de  $45 \times 60^n$  y  $60 \times 45^n$ , si M.C.M. tiene 540 divisores?
- a) 112                      b) 144                      c) 126  
d) 136                      e) 210
9. ¿Cuál es el menor número que al dividirlo entre 36, 60 y 84 deje en cada caso un residuo que es el mayor posible?
- a) 1260                      b) 1259                      c) 2519  
d) 2520                      e) 2521
10. En un corral hay un cierto número de gallinas que no se pasan de 368 ni bajan de 294. Si las gallinas se acomodan en grupos de 2, 3, 4 ó 5 siempre sobran 1; pero si se acomodan n grupos de 7 sobran 4. ¿Cuántas gallinas habría en el corral si se añaden 6 más?
- a) 361                      b) 363                      c) 365  
d) 367                      e) 359
11. Si las hojas de un libro se cuentan de 4 en 4 sobran 3, si se cuentan de 13 en 13 sobran 12. ¿Cuántas hojas tiene el libro sabiendo que es el mayor número de 3 cifras y que termina en 5?
- a) 965                      b) 945                      c) 935  
d) 975                      e) 985
12. El número de páginas de un libro es mayor que 500 y menor que 600 si se cuentan de 3 en 3 sobran 2, de 5 en 5 sobra 4 y de 7 en 7 sobra 6. ¿Cuántas páginas tiene el libro?
- a) 524                      b) 512                      c) 534  
d) 547                      e) 564
13. Hallar el valor de "n" en los números  $A = 12 \times 45^n$  y  $B = 12^n \times 45$  para que el M.C.M. tenga 90 divisores.
- a) 1                          b) 2                          c) 3  
d) 4                          e) 5

14. Hallar el M.C.D. de  $\overline{(2a)a0}$  y  $\overline{a(2a)0}$ . Dar como respuesta la suma de las posibles soluciones.
- a) 30                          b) 60                          c) 120  
d) 300                      e) 150
15. El M.C.D. de dos números es 72. Además uno de ellos tiene 33 divisores y el otro 28. Hallar el número de divisores del M.C.M. de ambos.
- a) 100                      b) 64                      c) 77  
d) 40                          e) N.A.



## Tarea Domiciliaria Nº 5

1. Hallar "k" sabiendo que:  
 $MCD_{(210k, 300k \text{ y } 420k)} = 1200$
- a) 6                          b) 15                          c) 40  
d) 90                      e) 30
2. ¿Cuál es el menor número entero que dividido entre 4, 5, 6, 7, u 8 deja siempre 3 de residuo?
- a) 663                      b) 766                      c) 843  
d) 1683                      e) N.A.
3. ¿Cuántos números de 3 cifras son divisibles a la vez por 4, 5, 6 y 8?
- a) 5                          b) 7                          c) 6  
d) 8                          e) 9
4. Si  $A = 3 \cdot 4^n$  y  $B = 2 \cdot 6^n$ . Además:  $MCD_{(A, B)} = 48$ . Hallar el valor de "n"
- a) 1                          b) 2                          c) 3  
d) 4                          e) 5

5. Si  $A = 12^n$  y  $B = 18^n$ , además  $MCD(A, B) = 36$ .

Hallar el valor de "n"

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

6. Hallar el valor de "n" en los números:

$$A = 12 \times 45^n \quad \text{y} \quad B = 12^n \times 45$$

Para que el M.C.D. tenga 30 divisores.

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

7. Un cerrajero cuenta las llaves que tiene por docenas, por docenas y de 15 en 15 y en cada ocasión le sobran siempre 9. Si el número de llaves es un número comprendido entre 500 y 600. Hallar el número de llaves.

- a) 599                      b) 582                      c) 549  
d) 539                      e) 579

8. ¿Cuál es el menor número múltiplo de 7, que deja residuo igual a la unidad al dividirse por 3 ú 11?

- a) 267                      b) 231                      c) 168  
d) 133                      e) 67

9. Hallar el M.C.D. de A, B, C siendo:

$$A = 20^2 \times 15^3$$

$$B = 12^3 \times 10^2$$

$$C = 18^2 \times 21^3 \times 11^4$$

- a) 54                      b) 216                      c) 108  
d) 27                      e) 432

10. Hallar el valor de "n" si el M.C.D. de A y B es 162. Siendo:

$$A = 6^{n+1} + 6^n \quad \text{y}$$

$$B = 9^{n+1} + 9^n$$

- a) 2                      b) 3                      c) 4  
d) 5                      e) 6

11. Hallar "k" si el máximo común divisor de  $132k$ ,  $18k$  y  $24k$  es 210.

- a) 24                      b) 35                      c) 32  
d) 40                      e) 50

12. Calcular el M.C.D. de:

$$24 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad \text{y} \quad 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$

- a) 30                      b) 120                      c) 240  
d) 72                      e) 24

13. Si 213 y 292 se dividen entre "n", los residuos respectivos son 13 y 17. Hallar "n" sabiendo que es el mayor posible.

- a) 5                      b) 15                      c) 25  
d) 35                      e) 45

14. Calcular:  $a \times b$  si:

$$M.C.M. \left( \frac{a}{b}, \frac{b}{a} \right) = 336$$

- a) 12                      b) 24                      c) 32  
d) 40                      e) 36

15. Hallar 2 números enteros, sabiendo que uno de ellos es los  $\frac{3}{4}$  del otro, además el M.C.M. de ellos es 132. Dar como respuesta el mayor de dichos números.

- a) 36                      b) 48                      c) 24  
d) 56                      e) 50