



# RECURSOS DIDÁCTICOS

TERCERO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

## INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

### 1. Definición

Las desigualdades de tipo :

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad ; \quad ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0 \quad ; \quad ax^2 + bx + c \leq 0$$

se denominan desigualdades de segundo grado o cuadráticas.

**Ejemplos:**  $x^2 + x - 6 > 0$  ;  $2x^2 - 5x - 3 < 0$   
 $5x^2 - 8x + 3 \geq 0$  ;  $2x^2 + 4x + 5 \leq 0$



### 2. Resolución de Inecuaciones de Segundo Grado

Sea el polinomio de segundo grado:  $ax^2 + bx + c$

- Se verifica que "a" sea positivo, si a es negativo se cambia el signo a todos los términos de la desigualdad.

**Ejemplo:** Resolver  $-2x^2 + 5x + 3 < 0$  cambiando el signo  $2x^2 - 5x - 3 > 0$

- Se calcula el discriminante para ver el tipo de raíces :

$$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(-3)$$

$$\Delta = 49$$

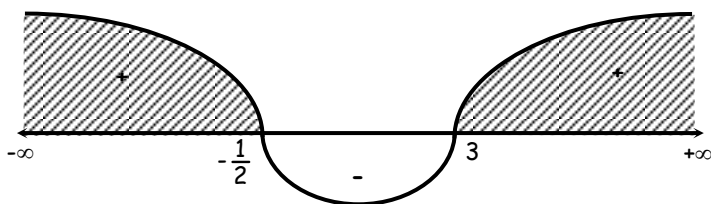
- Se calculan las raíces factorizado por aspa simple o por fórmula general :

$$2x^2 - 5x - 3 = (2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -1/2 \quad ; \quad x = 3$$

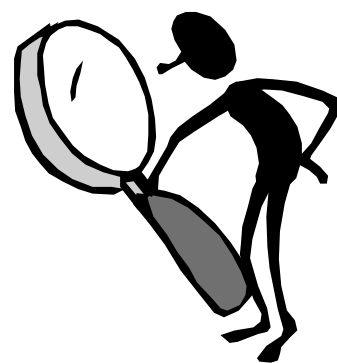
A estos valores se les conoce como "puntos críticos".

- Se ubican los puntos críticos en la recta numérica para analizar los signos del trinomio :  $P = 2x^2 - 5x - 3$



Como  $P > 0$  entonces la respuesta es la Zona positiva.

- Se escribe el intervalo solución :  $x \in \langle -\infty, -1/2 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$





## Ejercicios de Aplicación

1. Al resolver el sistema:

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{35}{8} > 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{35}{8} < 1$$

Se pide dar la suma de todos los números enteros que lo satisfagan.

- a) 2                      b) 4                      c) 6  
d) 8                      e) 10

2. Al resolver el sistema:

$$3x^2 - 12x - 15 \leq 0$$

$$-x^2 + 4x - 3 \leq 0$$

el conjunto solución es :  $[a, b] \cup [c, d]$ . Calcular el valor de:  $E = 2a + b - 3c + d$

- a) -5                      b) -3                      c) 0  
d) 1                      e) 8

3. Resolver la inecuación:

$$x(x - 8) + 8 > 4(1 - x)$$

- a) R                      b)  $\langle 0, \infty \rangle$                       c)  $\langle -\infty, 0 \rangle$   
d)  $R - \{2\}$                       e)  $R - \{4\}$

4. Al resolver la inecuación:

$$x^2 - 10x + 33 < 0$$

Podemos afirmar que:

- a) No existe solución real  
b)  $x < -33/10$   
c)  $x > -33/10$   
d)  $x > 0$   
e)  $x < 0$

5. Resolver el sistema:

$$1 < -x^2 + 4 \leq -2x$$

- a)  $-\sqrt{3} < x \leq 1 - \sqrt{5}$   
b)  $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$   
c)  $1 - \sqrt{5} \leq x \leq 1 + \sqrt{5}$   
d)  $1 - \sqrt{5} \leq x < \sqrt{3}$   
e)  $-\sqrt{3} < x \leq 1 - \sqrt{5}$  ó  $\sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{5}$

6. Si:  $m \geq -x^2 + 3x + 12, \forall x \in R$ . ¿Cuál es el menor valor que puede tomar "m"?

- a) 2                      b) 14                      c) 12  
d) 14,25                      e) 12,25

7. ¿Cuántos valores enteros de "x" satisfacen el sistema?

$$\begin{cases} 2y + x^2 + 4x \leq 2 \\ x^2 + 6x + 3 < 3y \end{cases}$$

- a) 5                      b) 4                      c) 3  
d) 2                      e) 1

8. ¿Cuántos pares ordenados (a, b) de coordenadas enteras, satisfacen el sistema?

$$y < 4x - x^2$$

$$y > x^2 - 4x$$

- a) 18                      b) 17                      c) 16  
d) 14                      e) 15

9. Resuelve la inecuación:  $|x - 2|^2 - 2|x - 2| - 15 > 0$

- a)  $<-\infty, 5>$       b)  $<-1, \infty>$       c)  $<-1, 5>$   
 d)  $<-\infty, -3> \cup <7, \infty>$     e)  $<-\infty, -1> \cup <5, \infty>$

10. Si el sistema:  $-3 < \frac{x^2 - mx + 1}{x^2 + x + 1} < 3$  es válido

$\forall x \in \mathbb{R}$ . ¿Qué valores puede tomar "m"?

- a)  $-2 < m < 1$       b)  $-5 < m < 1$       c)  $3 \leq m < 7$   
 d)  $-7 < m < 11$       e)  $-7 < m < 2$

11. Resolver la inecuación:  $x^2 - 3x \geq 2x$

- a)  $<-\infty, 0] \cup [5, \infty>$       d)  $<-\infty, 2] \cup [5, \infty>$   
 b)  $<-\infty, 0> \cup [5, \infty>$       e)  $<-\infty, 0] \cup <2, \infty>$   
 c)  $<-\infty, 0] \cup <5, \infty>$

12. Al resolver el sistema:  $x^2 + 8x + 15 < 0$   
 $x^2 - 2x - 24 < 0$

el conjunto solución es  $<a, b>$ . Hallar el valor de "2b - a".

- a) -4      b) -2      c) 5  
 d) 7      e) 8

13. Si:  $1 + 6x - x^2 \leq M, \forall x \in \mathbb{R}$ . ¿Cuál es el menor valor que puede tomar "M"?

- a) 4      b) 6      c) 8  
 d) 10      e) 12

14. ¿Cuántos pares ordenados (a, b) de coordenadas enteras satisfacen el sistema?

$$\frac{y}{2} \leq x$$

$$y + 1 > x^2$$

- a) 1      b) 2      c) 3  
 d) 4      e) 5

15. ¿Qué valor debe tener "n" para que:  $nx^2 + (n - 1)x + (n - 1)$  sea positivo para cualquier valor real de "x"?

- a)  $n \in <-\infty, -1/3> \cup <1, \infty>$   
 b)  $n \in <-\infty, -3> \cup <1, \infty>$   
 c)  $n \in <-\infty, -1/3> \cup <3, \infty>$   
 d)  $n \in <-\infty, 1> \cup <3, \infty>$   
 e)  $n \in <-1/3, 1>$



## Tarea Domiciliaria N°2

1. La solución de la inecuación:  $-x^2 + 8x - 7 > 0$

- a)  $-\infty < x < \infty$       b)  $-1 < x < 7$       c)  $-1 < x < 1$   
 d)  $0 < x < 7$       e)  $1 < x < 7$

2. Si:  $x > 0$  resolver la desigualdad:

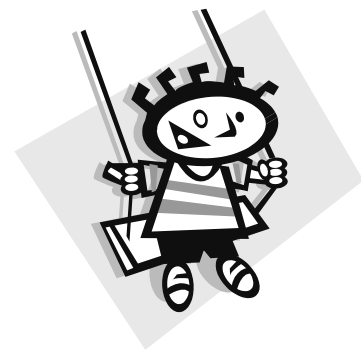
$$(x^2 - 4)(2^{2x} - 1) \leq 0$$

- a)  $x \in [-2, 2]$       b)  $x \in <-2, 2>$       c)  $x \in [0, 2]$   
 d)  $x \in <0, 2]$       e)  $x \in <0, 2>$

3. Encontrar todos los números reales que satisfacen la desigualdad:

$$x^2 + 7x + 12 > 0$$

- a)  $\{x \in \mathbb{R} / -\infty < x < -4\}$   
 b)  $\{x \in \mathbb{R} / -3 < x < \infty\}$   
 c)  $\{x \in \mathbb{R} / -\infty < x < -4\} \cup \{x \in \mathbb{R} / -3 < x < \infty\}$   
 d)  $\{x \in \mathbb{R} / -\infty < x < -4\}$   
 e)  $\{x \in \mathbb{R} / -4 < x < 3\}$



4. Dado el sistema:  $x^2 - 11x + 24 < 0$

$$x^2 - 9x + 20 > 0$$

Hallar la suma de las soluciones enteras y positivas.

- a) 13                      b) 12                      c) 14  
d) 15                      e) 10

5. Resolver el sistema :  $x^2 + 5x - 14 > 0$

$$x^2 - x - 12 < 0$$

- a)  $<-\infty, -7> \cup <2, \infty>$                       d)  $<2, 4>$   
b)  $<-3, 4>$     e)  $<-7, 2>$   
c)  $<-7, -3> \cup <2, 4>$

6. Resolver el sistema :  $5x - 1 < (x + 1)^2 < 7x - 3$

- a)  $x \in <2, 5>$                       b)  $x \in <3, 6>$                       c)  $x \in <2, 7>$   
d)  $x \in <3, 5>$                       e)  $x \in <2, 4>$

7. ¿Cuántos pares ordenados (a, b) de coordenadas enteras satisfacen el sistema?

$$y - x^2 + x + 6 > 0$$

$$y - x < -3$$

- a) 7                              b) 8                              c) 6  
d) 3                              e) 4

8. Si :  $x^2 + 14x + 33 \geq M, \forall x \in \mathbb{R}$ , el mayor valor que puede tomar M es :

- a) -18                      b) -16                      c) -14  
d) -12                      e) 10

9. La ecuación :  $2mx^2 + mx + \frac{1}{2} = 0$  posee 2 raíces

reales y distintas, entonces :

- a)  $m = 0$                       b)  $m > 0$                       c)  $m < 4$   
d)  $m < 0$  ó  $m > 4$                       e)  $0 < m < 4$

10. Si:  $(1 - a)x^2 + 2x + 4 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$ , entonces "a" pertenece al intervalo.

- a)  $<-\infty, 1/4>$                       b)  $<-\infty, 1/2>$                       c)  $<-\infty, 3/4>$   
d)  $<-\infty, 1/5>$                       e)  $<-\infty, 1/6>$

11. La suma de los números enteros que simultáneamente cumplen las inecuaciones :

$$6x + \frac{5}{7} > 4x + 7$$

$$\frac{3x^2 + 75}{2} > 2x^2 - x$$

es:

- a) 30                              b) 39                              c) 42  
d) 49                              e) 60

12. Resolver el sistema :  $4x - 2 < x^2 + 1 < 4x + 6$

- a)  $<1, 1> \cup <3, 5>$                               d)  $<1, 5>$   
b)  $<1, 3>$     e)  $<-1, 3>$   
c)  $<-1, 5>$

13. ¿Cuántos valores enteros de "x" satisfacen el sistema?

$$y > 2x^2 + 3$$

$$y \leq \frac{4}{5}x + 4$$

- a) 0                              b) 1                              c) 2  
d) 3                              e) 4

14. Resuelve la inecuación:

$$|x - 2|^2 - 4|x - 2| - 21 < 0$$

- a)  $-3 < x < 7$     d)  $x < -5$  ó  $x > 9$   
b)  $-5 < x < 9$     e)  $-3 < x < 9$   
c)  $x < -3$  ó  $x > 7$

15. Si :  $x^2 - a - 1 + ax \geq -4, \forall x \in \mathbb{R}$  entonces se cumple que :

- a)  $a \in [4, 6]$     d)  $a \in [2, \infty]$   
b)  $a \in [-6, 4]$     e)  $a \in <-\infty, -6]$   
c)  $a \in [-6, 2]$