



# RECURSOS DIDÁCTICOS

TERCERO DE SECUNDARIA

ARITMÉTICA

## MCD Y MCM

### 1. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (M.C.M.)

El **M.C.M.** de varios enteros positivos es el **menor entero positivo** que sea divisible entre cada uno de ellos.



### 2. MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D.)

El **M.C.D.** de varios enteros positivos, es el **mayor entero** que sea divisor de cada uno de ellos.

#### Ejemplo:

Para los números 8 y 12 tenemos:

Divisores	Número	Múltiplos
1, 2, 4, 8	8	8, 16, 24, 32, 40, 48, ...
1, 2, 3, 4, 6, 12	12	12, 24, 36, 48, 60, ...

### 3. CASOS PARTICULARES

A) Si  $A = \overset{\circ}{B} \Rightarrow M.C.M. (A, B) = A$   
 $M.C.D. (A, B) = B$

#### Ejemplo:

\* Hallar el M.C.M. y M.C.D. de 180 y 60.

#### Solución:

$$180 = \overset{\circ}{60}$$

Luego:

$$M.C.M. (180, 60) = 180$$

$$\wedge M.C.D. (180, 60) = 60$$



B) Si A y B son PESI  $\Rightarrow M.C.M.(A, B) = A \times B$   
 $M.C.D. (A, B) = 1$

#### Ejemplo:

\* Hallar el M.C.M. y M.C.D. de 15 y 16.

#### Solución:

15 y 16 son PESI

Luego:

$$M.C.M.(15, 16) = 240$$

$$\wedge M.C.D.(15, 16) = 1$$



### 4. MÉTODOS DE OBTENCIÓN DEL M.C.M. y M.C.D.

#### A. Por descomposición canónica

Dados varios enteros y obtenida la descomposición canónica de cada uno; entonces:

#### EL M.C.M.

Es igual al producto de los **divisores primos comunes y no comunes** elevadas a su **mayor exponente**.

**EL M.C.D.**

Es igual al producto de los **divisores primos comunes**, elevados de **su menor exponente**.

**B. Por descomposición simultánea**

Para calcular el **M.C.M.** y **M.C.D.** de varios enteros se disponen los enteros en fila y se extraen sus divisores comunes hasta que resulten PESI:

**El M.C.D.**

**Es el producto de los divisores comunes extraídos.**

**El M.C.M.**

Se continúa extrayendo todos los divisores no comunes y el **M.C.M.** se obtiene **multiplicando** los **divisores comunes y no comunes** extraídos.

**Ejemplo:**

Hallar el M.C.M. y M.C.D. de 84, 126, 315

84 - 126 - 315	3	}	M.C.D. = 3 × 7 = 21
28 - 42 - 105	7		
4 - 6 - 15	2	}	M.C.M. = 2 <sup>2</sup> · 3 <sup>2</sup> · 5 · 7 = 1260
2 - 3 - 15	2		
1 - 3 - 15	3		
1 - 1 - 5	5		
1 - 1 - 1	1		

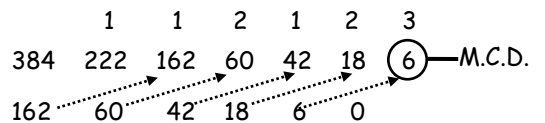
**C. Método de divisiones sucesivas o algoritmo de Euclides para la obtención del M.C.D. para 2 números**

**Se divide el mayor entre el menor** obteniéndose que cociente y un primer residuo; sin considerar el cociente se divide el menor entre el residuo, obteniéndose otro cociente y un segundo residuo; en seguida se divide el primer residuo, entre el segundo así sucesivamente hasta que el residuo resulta cero.

**Ejemplo:**

Hallar el M.C.D. de 384 y 222 mediante el algoritmo de Euclides.

**Solución:**



**Ejercicios de Aplicación**

1. Calcular el M.C.D. de A, B y C dar como respuesta la suma de sus cifras.

A = 4 · 6 · 15  
 B = 8 · 18 · 21  
 C = 2 · 12 · 33

- a) 9                                  b) 10                                  c) 11  
 d) 13                                  e) 15

2. Calcular A - B; si:

A = 2 · 3<sup>a</sup> · 5<sup>b</sup>                                  y  
 B = 2<sup>c</sup> · 3 · 5  
 M.C.M.(A, B) = 180

- a) 9    b) 10    c) 11  
 d) 13    e) N.A.

3. Dado  $A = 12^n \cdot 3$  y  $B = 3^n \cdot 48$   
Además se sabe que el M.C.M. de A y B tiene 81 divisores.

Hallar:  $n + 1$

- a) 3                      b) 6                      c) 4  
d) 7                      e) 5

4. Si  $A = 45 \cdot 60^n$  y  $B = 45^n \cdot 60$   
M.C.M.(A, B) = n    M.C.D.(A, B)  
Calcular el valor de "n"



- a) 5                      b) 4                      c) 3  
d) 2                      e) 1

5. El M.C.D. de los números 36k, 54k y 90k es 1620. Hallar el menor de los números.

- a) 8100                      b) 4880                      c) 1620  
d) 3240                      e) 2700

6. Calcular 2 números cuyo M.C.D. es 23. Si los cocientes obtenidos al aplicar el algoritmo de Euclides fueron 1, 3, 2, 1, 1, 2. Dar la suma de ambos valores.

- a) 2300                      b) 690                      c) 2323  
d) 1040                      e) 3120

7. La suma de dos números es 2604 y los cocientes obtenidos al calcular el M.C.D. por el algoritmo de Euclides fueron 2, 3, 5 y 8. Calcular dicho M.C.D.

- a) 6                      b) 12                      c) 14  
d) 18                      e) 20

8. Si el M.C.D. de  $\overline{1ab7}$  y  $\overline{1cb3} = 99$ .  
Hallar:  $a + b + c$

- a) 10                      b) 12                      c) 14  
d) 16                      e) 18

9. ¿Cuántos divisores tiene el menor de los múltiplos comunes de 72, 80 y 42?

- a) 48                      b) 60                      c) 72  
d) 120                      e) 96

10. ¿Cuántos múltiplos comunes de cuatro cifras tienen los números 24, 50 y 60?

- a) 12                      b) 15                      c) 14  
d) 13                      e) 16

11. ¿Cuántos múltiplos comunes de cuatro cifras tienen los números 24, 50 y 60?

- a) 12                      b) 15                      c) 20  
d) 13                      e) N.A.

12. La suma de dos números es 120 y su M.C.D. es 15. Hallar el mayor de dichos números si ambos son de dos cifras.

- a) 45                      b) 75                      c) 65  
d) 55                      e) 90

13. El cociente de dos números es 15. Si su M.C.D. es 18. Calcular el número mayor.

- a) 180                      b) 240                      c) 200  
d) 270                      e) 220

14. La diferencia de los cuadrados de dos números es 396 y su M.C.D. es 6. Dar como respuesta la suma de dichos números.

- a) 300                      b) 330                      c) 60  
d) 66                      e) 72

15. Si se sabe que:  
M.C.D.(35A, 5B) = 70  
M.C.M.(42A, 6B) = 504.  
Hallar:  $A + B$

- a) 168                      b) 74                      c) 84  
d) 12                      e) 316



## Tarea Domiciliaria Nº 4

1. Existen dos números que son entre sí como 30 es a 48 y cuyo M.C.D. es 21 uno de ellos es:

- a) 103                      b) 167                      c) 104  
d) 168                      e) 106

2. Si el M.C.M. de "A" y "B" es igual a "2A" y el M.C.D. es  $A/3$ . Hallar el valor de "A" sabiendo además que  $A - B = 168$ .

- a) 336                      b) 504                      c) 405  
d) 204                      e) 512

3. Si se divide 1904 en dos partes de modo que el M.C.D. sea 28 y el M.C.M. 32 340. ¿Cuál es el mayor?

- a) 929                      b) 736                      c) 980  
d) 1021                      e) 876

4. Un número excede a otro en 44 unidades y la diferencia entre su M.C.M. y su M.C.D. es 500. Hallar dichos números y dar su suma.

- a) 77                      b) 99                      c) 110  
d) 100                      e) 144

5. El producto de dos números es 7007 y su M.C.D. es 7 una de los números no es:

- a) 91                      b) 7                      c) 77  
d) 123                      e) 1001

6. Si M.C.M.  $(42A, 6B) = 8064$   
M.C.D.  $(77A, 11B) = 88$   
Hallar  $(B - A)$

- a) 40                      b) 36                      c) 64  
d) 24                      e) F.D.

7. Determinar cuántos pares de números cuyo M.C.D. sea 17 existen comprendidos entre 800 y 900.

- a) 9                      b) 8                      c) 6  
d) 5                      e) 11

8. El producto y el cociente del M.C.M. y M.C.D. de dos números son respectivamente 1620 y 45. ¿Cuáles son dichos números; sabiendo además que son menor que 100?

- a) 27 y 60                      b) 20 y 81                      c) 18 y 30  
d) 36 y 45                      e) 54 y 30

9. En la determinación del M.C.D. de dos números mediante el algoritmo de Euclides se obtuvo los

siguientes cocientes sucesivos: 1, 3, 2 y 4 si el M.C.D. es 7 el mayor es:

- a) 140                      b) 127                      c) 308  
d) 280                      e) 252

10. Hallar "a + b + c" si se sabe que los cocientes sucesivos al calcular el M.C.D. por el algoritmo de Euclides, de los números  $\overline{a(a+4)a}$  y  $\overline{(a+4)bc}$  son 1, 1, 1, 3

- a) 8                      b) 12                      c) 13  
d) 11                      e) 14

11. Existen dos números de la forma  $\overline{2ab}$  y  $\overline{aba}$  tal que al determinar su M.C.D. por divisiones sucesivas se obtiene como cociente 1, 2, 3 y 4. Halle a + b

- a) 1                      b) 3                      c) 6  
d) 4                      e) 7

12. Si "a" y "b" son PESI calcular "a - b" si al calcular el M.C.D.  $(\overline{aaa}, \overline{bbb})$  mediante el algoritmo de Euclides se obtuvo como cociente 1, 2, 1, 2 sabiendo además que la segunda división se hizo por exceso además  $a > b$ .

- a) 2                      b) 3                      c) 4  
d) 5                      e) 6

13. Si los cocientes sucesivos obtenidos en la determinación del M.C.D. de "A" y "B" mediante el algoritmo de Euclides han sido 14, 1, 1, 1 y 2 respectivamente y si ambos números son primos entre sí. ¿Cuál es la suma de estos?

- a) 125                      b) 130                      c) 117  
d) 135                      e) 120

14. Si M.C.D.  $(15A, 25B) = 560$   
M.C.D.  $(25A, 15B) = 480$   
¿Cuántas divisiones comunes tienen A y B?

- a) 5                      b) 6                      c) 4  
d) 8                      e) 9

15. El M.C.D. de dos números es 18, uno de ellos tienen 20 divisores y el otro tienen 10 divisores. ¿Cuál es el M.C.M.?

- a) 5134                      b) 2732                      c) 5184  
d) 5324                      e) 2916