



# RECURSOS DIDÁCTICOS

## TERCERO DE SECUNDARIA

## ÁLGEBRA

### PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Una Progresión es Geométrica si entre cada par de términos consecutivos de ella hay una razón constante denominada Razón Geométrica.

Ejemplo:

$$\underbrace{2, 4, 8, 16, \dots}_{\times 2 \times 2 \times 2}$$

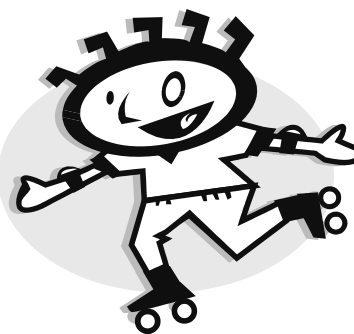
Progresión Ascendente

$$\underbrace{4, 2, 1, 1/2, \dots}_{\times 1/2 \times 1/2 \times 1/2}$$

Progresión Descendente

$$\underbrace{3, -6, 12, -24, \dots}_{\times -2 \times -2 \times -2}$$

Progresión Oscilatoria



En general:

$$a_1, a_2, a_3 \longrightarrow \text{Progresión Geométrica}$$

donde :  $a_1, a_2$  y  $a_3$  (términos consecutivos de una progresión geométrica) y razón "r".

Se cumple que :  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = r$

#### Nota

$a_1$  : es el término de lugar "1"

$a_2$  : es el término de lugar "2"

⋮

$a_n$  : es el término de lugar "n"



Ejemplo: Verificar si es P.G. la siguiente sucesión 3 , 6 , 12 , .....

$$3, 6, 12, \dots$$

Rpta. : ¡¡Si!! Porque  $\frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2 = r$

Además su primer término es "3".

Razón

¡Ahora tú!

Progresión Geométrica	Razón de P. G.	Primer Término
2, 4, 8, 16, 32, 64	$r =$	$a_1 =$
-9, 27, -81	$r = -3$	$a_1 =$
2/5, 3/10, 9/40, 27	$r =$	$a_1 = 2/5$

**En general:** si  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$  es una progresión geométrica de "n" términos entonces podemos escribir sus términos como :

$$a_1 ; \underbrace{a_1 r}_{a_2} ; \underbrace{a_1 r^2}_{a_3} ; \underbrace{a_1 r^3}_{a_4} ; \dots \dots \dots \underbrace{a_1 r^{n-1}}_{a_n}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$a_1$  : es el primer término  
 $r$  : es la razón

**Ejemplo:** De la siguiente serie calcular el término quinto : 3 , 12 , 48 , .....

$$3 \quad , \quad 12 \quad , \quad 48 \quad , \quad \dots$$

$\underbrace{\quad}_{\times 4} \quad \underbrace{\quad}_{\times 4}$

$$r = 4 \quad a_1 = 3$$

$$t_5 = a_1 r^{5-1} \Rightarrow t_5 = 3(4)^4 \Rightarrow t_5 =$$



### Interpolación de un Número Finito de Términos de una Progresión Geométrica

Vamos con un ejemplito:

1. Interpolar 4 medios geométricos (números) entre 3 y 729.

**Solución:** Esto es así

$$3 ; \quad \underline{\quad} ; \quad \underline{\quad} ; \quad \underline{\quad} ; \quad \underline{\quad} ; 729$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{4 \text{ términos}}$

"interpolación" significa formar una progresión geométrica teniendo el primer y el último término

Para ver que términos son, solo necesitamos la razón.

Sería:

$$3 \quad ; \quad \underbrace{9 \quad ; \quad 27 \quad ; \quad 81 \quad ; \quad 243}_{4 \text{ términos}} \quad ; \quad 729$$

$\underbrace{\quad}_{\times 3} \quad \underbrace{\quad}_{\times 3} \quad \underbrace{\quad}_{\times 3} \quad \underbrace{\quad}_{\times 3} \quad \underbrace{\quad}_{\times 3}$

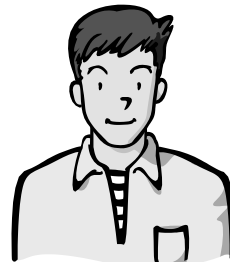
¡NOTA QUE LA RAZÓN ES 3!

$$r = \sqrt[4+1]{\frac{729}{3}} = \sqrt[5]{243} = 3$$

En general tenemos:

$$a ; \dots \dots \dots ; b$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{m = \text{medios geométricos}}$



"Solo necesitamos la razón para calcular los términos que se ubican en el centro". La cual se calcula así :

$$r = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}}$$

2. Interpolar 5 términos entre 3 y 192

**Solución:**

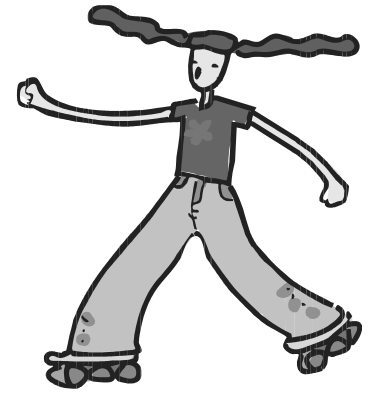
I. Calcula la razón por fórmula :

$$r = \sqrt[5+1]{\frac{192}{3}} = \sqrt[6]{64} = 2$$

$$r = 2$$

II. Calculamos cada uno de los términos multiplicando seguidamente por la razón :

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 6 & 12 & 24 & 48 & 96 & 192 \\ \underbrace{\phantom{3}}_{\times 2} & \underbrace{\phantom{6}}_{\times 2} & \underbrace{\phantom{12}}_{\times 2} & \underbrace{\phantom{24}}_{\times 2} & \underbrace{\phantom{48}}_{\times 2} & \underbrace{\phantom{96}}_{\times 2} & \underbrace{\phantom{192}}_{\times 2} \end{array}$$



**Suma de los Término de los “n” Primeros Términos de una Progresión Geométrica**

Dada la P. G. :  $a_1, a_2, \dots, a_n$  se quiere calcular :  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = S_n$  (suma)

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$a_1$  : primer término  
 $r$  : razón  
 $n$  : número de términos

**Ejm.** : Dada la P. G. 3 , 6 , 12 , 24 , 48 , 96 , 192  
 se pide la suma de 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192

**Solución:**

- I. Son 7 términos  $\Rightarrow n = 7$
- II. La razón :  $r = 2$
- III.  $a_1 = 3$  (primer término)

$$\therefore S_7 = \frac{3(2^7 - 1)}{2 - 1} =$$

**Nota**

Si tenemos una suma infinita, como:  $S = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$  (se llama límite)

**Ojo** : La suma tiene razón:  $\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \dots & \dots \\ \underbrace{\phantom{2}}_{\times \frac{1}{2}} & \underbrace{\phantom{1}}_{\times \frac{1}{2}} & \underbrace{\phantom{\frac{1}{2}}}_{\times \frac{1}{2}} & \underbrace{\phantom{\frac{1}{4}}}_{\times \frac{1}{2}} & \underbrace{\phantom{\frac{1}{8}}}_{\times \frac{1}{2}} & & \end{array}$$

Dicha suma se calcula así:

$$S_L = \frac{a_1}{1 - r}$$

$a_1$  : primer término ;  
 $r$  : razón ( $r < 1$ )  
 $S_L$  : suma límite

En el ejemplo:  $a_1 = 2, r = 1/2 \Rightarrow S_L = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 \Rightarrow S_L = 4$





## Ejercicios de Aplicación

- Si en una progresión geométrica:  $a_1 = 2$  y  $a_6 = 64$ . Encuentre  $r$ ,  $a_4$ 
  - 2; 61
  - 3; 16
  - 2; 16
  - 3; 64
  - N.A.
- Interpolar cuatro medios geométricos entre  $1/9$  y  $-27$ 
  - $1/3, 1, 3$  y  $9$
  - $1/3, -1, -3$  y  $9$
  - $-1/3, 1, -3$  y  $9$
  - $1/3, -1, 3$  y  $9$
  - N.A.
- Calcular la razón y el primer término de una P. A. en el cual  $a_3 = 3$  y el séptimo es  $3/16$ 
  - 12;  $-1/2$
  - 12;  $1/2$
  - $1/2, 12$
  - $1/2, -12$
  - $-1/2, 12$
- El segundo término de una P. G. es  $-18$  y el quinto término es  $16/3$ . Calcular el cuarto término.
  - 1
  - 3
  - 4
  - 8
  - N.A.
- Encuentre cuatro números positivos que formen una P. G. de modo que  $a_1 + a_2 = 15$  y  $a_3 + a_4 = 60$ . De cómo respuesta la razón.
  - 1
  - 1
  - 2
  - 2
  - 3
- El producto de tres números en P. G. es 27. ¿Cuál es el término central?
  - 1
  - 3
  - 6
  - 9
  - 18
- Si el producto de tres números que están en P. G. es 1000 y la razón es 3. Los tres números son
  - $1\ 1/3, 4, 12$
  - 3, 9, 27
  - 2, 6, 18
  - $3\ 1/3, 10, 30$
  - $2\ 1/3, 7, 21$
- En una P. G. si  $a_5 = 9$  y  $a_7 = 1$  entonces  $a_6$  vale :
  - 8
  - 5
  - 7
  - 3
  - 1
- Calcular la suma de los términos de la progresión :  $5, 5/2, 5/4, 5/8, \dots$ 
  - 5
  - 8
  - 9
  - 10
  - 12
- Encontrar "x" para que :  $\frac{x-4}{2}; x+2$  y  $2(x-2)$  estén en P. G.
  - 3
  - 2
  - 5
  - 1
  - N.A.
- Determinar cuántos términos tiene una P. G. cuyo primer término es 2 y cuyo último término es 512 si su suma es 682.
  - 5
  - 6
  - 7
  - 8
  - 4
- Calcular la suma de todas las áreas de todos los cuadrados que se pueden inscribir sucesivamente a partir de un cuadrado de 4 m de lado.
  - $16\ m^2$
  - 64
  - 32
  - 48
  - N.A.
- Calcular la suma de todos los número naturales, múltiplos de 6, menores que 200.
  - 3636
  - 3663
  - 3366
  - 3676
  - N.A.
- Encuentra el número de términos que es preciso sumar de la progresión aritmética :  $9, 11, 13, 15, \dots$  para que esta suma sea igual a lo de los nueve primeros términos de la P. G. :  $+3, -6, 12, -24$ 
  - 20
  - 19
  - 18
  - 16
  - 13
- Dada la P. G. de razón : 3.  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$  Calcular :  $\frac{a_5}{a_2}$ 
  - 27
  - 81
  - 9
  - 3
  - 243



## Tarea Domiciliaria N°5

1. Dada las siguientes sucesiones. ¿Cuáles son P. G.?

I.  $1, 1/2, 1/4$

II.  $1, 2, 4$

III.  $1, -1/2, 1/4$

2. Dado los números 3 y 12 que número se debe intercalar entre ambos para obtener una P. G.

- a) 4                      b) 5                      c) 6  
d) 8                      e) 10

3. El quincuagésimo múltiplo de 3 es :

- a) 141                    b) 144                    c) 147  
d) 150                    e) 153

4. El producto de tres números que forman una P. G. es 343. Calcular el término central.

- a) 5                      b) 6                      c) 7  
d) 8                      e) 9

5. El sexto término de una P. G. es 1024 y la razón es 4. Entonces el tercer término es :

- a) 1                      b) 4                      c) 16  
d) 64                      e) 81

6. El producto de los 10 primeros términos de la progresión :  $1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots$  es :

- a)  $2^{-15}$                     b)  $2^{-20}$                     c)  $2^{-25}$   
d)  $2^{-30}$                     e)  $2^{-45}$

7. La suma de :  $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$  es :

- a) 2                      b) 3                      c) 4  
d) 5                      e) 6

8. Hallar la suma de los 20 primeros términos múltiplos de 3.

- a) 620                    b) 630                    c) 600  
d) 590                    e) N.A.

9. ¿Cuánto vale la razón de la siguiente P. G. :

$$2(x - 2); x + 2 \text{ y } \frac{x - 4}{2}$$

- a)  $2/5$                       b)  $-4/3$                       c)  $3/2$   
d)  $-2/3$                       e)  $5/6$

10. La medida de los ángulos internos de un triángulo forman una progresión geométrica de razón 2. Calcular el ángulo mayor.

- a)  $20^\circ$                       b) 34                      c) 53  
d) 10                      e)  $720/7$

11. La suma de los seis términos de una P.G. es igual a nueve veces la suma de los tres primeros términos. ¿Cuál es la razón de la progresión?

- a) 4                      b) 2                      c) 3  
d) 5                      e) 6

12. Si se tiene una P. G. donde :  $a_3 = 1/18$  ,  $a_6 = 1/486$ . Calcular  $a_1$

- a)  $1/2$                       b) 2                      c) 3  
d)  $1/4$                       e)  $-1/2$

13. Interpoliar 3 medios geométricos entre : -2 y -512

- a) 8, 32, 128                      d) -8, 32, -128  
b) -8, 32, 128                      e) -8, -32, -128  
c) 8, 32, -128

14. Calcular  $\frac{a_8}{a_3}$  si  $a_8$  y  $a_3$  son términos de una P. G. de razón "r".

- a)  $r^2$                       b)  $r^3$                       c)  $r^4$   
d)  $r^5$                       e)  $r^6$

15. Calcular la suma :

$$1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{3}{4}\right) + \left(1 - \frac{7}{8}\right) + \left(1 - \frac{15}{16}\right) + \dots$$

- a) 2                      d) 7  
b) 4                      e)  $\infty$   
c) No se puede