



RECURSOS DIDÁCTICOS

TERCERO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

PROPIEDADES DE LAS DETERMINANTES

1. Para toda matriz A se tiene : $|A| = |A^t|$

Ejemplo: $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$
 $|A| = -14$ $|A^t| = -14$



2. El determinante de una matriz cambia de signo si dos filas (o dos columnas) se intercambian.

Ejemplos:

a) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 8$
 $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8$

b) $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ m & n & p \end{vmatrix} = 10$

entonces : $\begin{vmatrix} m & n & p \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} = -10$

3. Si en una matriz A se tiene una fila (o columna) es múltiplo de otra fila (o columna), entonces el determinante de dicha matriz vale cero.

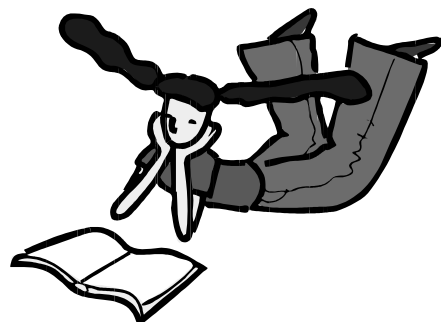
Ejemplos: a) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & 8 \end{vmatrix} = 0$

b) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$

4. Si todos los elementos de una fila (o columna) están multiplicandos por un mismo número (o expresión) entonces dicho número se extrae como factor fuera del determinante.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & kc_1 \\ a_2 & b_2 & kc_2 \\ a_3 & b_3 & kc_3 \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Ejemplo: $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 6 & 5 & 2 \\ 9 & 8 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 8 & 3 \end{vmatrix} = 0$



5. El determinante de una matriz triangular es igual al producto de los elementos de la diagonal principal.

Ejemplo: $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = 28$

6. Si a una fila (o una columna) de una matriz se le suma el múltiplo de otra fila (o columna), el valor del determinante no varía.

Ejemplo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 8 \\ 0 & 5 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 5$$

$f_2 = 2f_1 + f_2$ $f_3 = -f_2 + f_3$ Propiedad 5
 $f_3 = 2f_1 + f_3$



Ejercicios de Aplicación

1. Calcular el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} \text{Sen}^2\alpha & 1 & \text{Cos}^2\alpha \\ \text{Sen}^2\beta & 1 & \text{Cos}^2\beta \\ \text{Sen}^2\gamma & 1 & \text{Cos}^2\gamma \end{vmatrix}$$

- a) $\text{Sen}^2\alpha$ b) $\text{Sen}^2\beta$ c) $\text{Sen}^2\gamma$
 d) $\text{Sen}^2\alpha + \text{Cos}^2\beta$ e) 0

2. Calcular el siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & a+c \\ c & a & b \\ 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

- a) $a + b$ b) $a + c$ c) $b + c$
 d) 1 e) 0

3. Calcular el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 75 & 84 & 80 \\ 90 & 96 & 96 \\ 60 & 36 & 64 \end{vmatrix}$$

- a) 4780 b) 3600 c) 0
 d) 1 e) 2496

4. Calcular el valor de:

$$A = \begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

- a) abc d) $a^3 - b^3 - c^3$
 b) $(a + b + c)^3$ e) $(a - b - c)^3$
 c) $a^3 + b^3 + c^3$

5. Calcular el valor :

$$B = \begin{vmatrix} (a_1 + b_1)^2 & a_1^2 + b_1^2 & a_1 b_1 \\ (a_2 + b_2)^2 & a_2^2 + b_2^2 & a_2 b_2 \\ (a_3 + b_3)^2 & a_3^2 + b_3^2 & a_3 b_3 \end{vmatrix}$$

- a) $a_1 + b_1$ d) 0
 b) $a_1 + a_2 + a_3$ e) 1
 c) $b_1 + b_2 + b_3$

6. Simplificar la expresión :

$$E = \frac{\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix}}{(b-c)(c-a)}$$

- a) $b - a$ b) $a + b$ c) $c - b$
 d) $a + c$ e) 1

7. Simplificar la expresión :

$$M = \frac{\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}}{(b-a)(c-b)}$$

- a) $c - a$ b) $c - b$ c) $a + c$
 d) $a + b$ e) $a + b + c$

8. Hallar el valor de "m" si :

$$\begin{vmatrix} m+1 & 1 & 1 \\ 1 & m+1 & 1 \\ 1 & 1 & m+1 \end{vmatrix} = 0$$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) -2 e) -3

9. Simplificar:

$$E = \begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix} + 2(x^3 + y^3)$$

- a) x^3 b) 0 c) $-2x^3$
 d) $2x^3$ e) $2y^3$

10. Simplificar:

$$E = \frac{\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & 2ab \\ 2ab & b^2 & a^2 \\ b^2 & 2ab & a^2 \end{vmatrix}}{(a+b)(a^2 - 2ab)(b^2 - 2ab)}$$

- a) 1 b) $a + b$ c) $2ab$
 d) 0 e) 2

11. Calcular:

$$E = \begin{vmatrix} 18 & 15 & 30 \\ 18 & 13 & 32 \\ 18 & 17 & 28 \end{vmatrix}$$

- a) 190 b) 324 c) 0
 d) 576 e) 280

12. Calcular el valor del siguiente determinante:

$$G = \begin{vmatrix} 22 & 45 & 28 \\ 33 & 75 & 56 \\ 44 & 150 & 105 \end{vmatrix}$$

- a) -10 395 b) 12 935 c) 12 305
 d) -12 935 e) 10 395

13. Calcular:

$$P = \begin{vmatrix} a+b & c & 4 \\ b+c & a & 4 \\ c+a & b & 4 \end{vmatrix}$$

- a) 4 b) 1 c) 0
 d) abc e) $a + b + c$

14. Si: $1 + w + w^2 = 0$. Calcule el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 1 & w & w^2 \\ w & w^2 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

- a) x b) $x + y$ c) $x + z$
 d) 1 e) 0

15. Simplificar:

$$E = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}}{(b-a)(c-a)(c-b)}$$

- a) a b) b c) abc
 d) $a + b + c$ e) c



Tarea Domiciliaria N°4

1. Calcular el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} \tan^2 \alpha & 1 & \sec^2 \alpha \\ \tan^2 \beta & 1 & \sec^2 \beta \\ \tan^2 \gamma & 1 & \sec^2 \gamma \end{vmatrix}$$

- a) $\sec^2 \alpha$ b) $\sec^2 \beta$ c) $\sec^2 \gamma$
 d) 1 e) 0

2. Calcular el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 54 & 46 & 75 \\ 126 & 69 & 175 \\ 90 & 92 & 125 \end{vmatrix}$$

- a) 3426 b) 7210 c) 0
 d) 29 e) 1800

3. Calcular el determinante de la siguiente matriz:

$$A = \begin{vmatrix} a & 1 & 0 \\ 4 & a & 4 \\ 0 & 3 & a \end{vmatrix}$$

- a) $a^2 + 16$ b) $a(a^2 + 16)$ c) $a(a^2 - 16)$
 d) $a^3 - 16$ e) $a^3 + 16$

4. Calcular el determinante de la siguiente matriz:

$$B = \begin{vmatrix} 1 & x+1 & x^2+x+1 \\ 2 & x+2 & x^2+2x+4 \\ 3 & x+3 & x^2+3x+9 \end{vmatrix}$$

- a) 0 b) 1 c) 2x
 d) x e) -2x

5. Hallar "x" si: $\begin{vmatrix} a+x & x & x \\ x & a+x & x \\ x & x & a+x \end{vmatrix} = 0$

- a) 1 b) -a/3 c) -3a
 d) a/3 e) 3a

6. Hallar "x" si: $\begin{vmatrix} x+2 & 3 & 4 \\ 2 & x+3 & 4 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$

- a) 2 b) -3 c) 4
 d) 6 e) -9

7. Calcular el valor de: $E = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 10 \\ 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) 4

8. Sea la matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ definida por :

$$A_{ij} = \begin{cases} i & ; 1 < j \\ 1 & ; i = j \\ j & ; i < j \end{cases}$$

Calcular: $|A|$

- a) 15 b) 30 c) -45
 d) -30 e) -60

9. Resolver la ecuación: $\begin{vmatrix} 2 & -x & x \\ -x & 2 & x \\ x & -x & 2 \end{vmatrix} = 0$

Dar como respuesta la suma de sus raíces.

- a) 4 b) 2 c) 0
 d) 3 e) 1

10. Calcular el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} -26 & 15 & 11 \\ 17 & -35 & 18 \\ 25 & 13 & -38 \end{vmatrix}$$

- a) 225 b) 324 c) 0
 d) 729 e) 385

11. Calcular:

$$F = \begin{vmatrix} 28 & 25 & 38 \\ 42 & 38 & 65 \\ 56 & 47 & 83 \end{vmatrix}$$

- a) 560 b) 770 c) 830
 d) 658 e) 380

12. Calcular el siguiente determinante:

$$H = \begin{vmatrix} a & 1 & bc \\ b & 1 & ac \\ c & 1 & ab \end{vmatrix}$$

- a) $(a + b)(a + c)(b + c)$
 b) $(a - b)(b - c)(a - c)$
 c) $(a + b)(a - b)(b - c)$
 d) $(a - b)(b + c)(a - c)$
 e) $(a - b)(b - c)(a + c)$

13. Simplificar:

$$E = \frac{\begin{vmatrix} x+2 & 2x+1 & 3 \\ 2x & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}}{1-x^2}$$

- a) 2 b) 3 c) 6
 d) 9 e) 12

14. Si: $1 + w + w^2 = 0$. Calcular el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 1 & w \\ 1 & 1 & w^2 \\ w^2 & w & 1 \end{vmatrix}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) -3

15. Calcular el siguiente determinante:

$$M = \begin{vmatrix} 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix}$$

- a) $a + b + c$ b) $a + b - c$ c) $a - b + c$
 d) 1 e) 0

