



RECURSOS DIDÁCTICOS

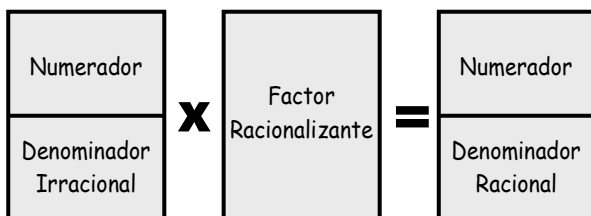
TERCERO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

RACIONALIZACIÓN

1. CONCEPTO

Racionalizar es transformar el denominador irracional de una fracción en un denominador racional, para esto se utiliza un factor racionalizante.



2. CASOS

- a) **Racionalización de Monomio.** - El factor racionalizante será aquel que trate de sacar o eliminar la raíz.

$$\frac{N}{\sqrt[n]{a}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{n-1}}} = \frac{N \sqrt[n]{a^{n-1}}}{a}$$

Factor Racionalizante F.R.
Expresión Racionalizada E.R.

Ejemplo

- $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{5}{2\sqrt[3]{x}}$ Observa que solo se tiene que racionalizar a $\sqrt[3]{x}$.

$$\frac{5}{2\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{2\sqrt[3]{x^3}} = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{2x}$$

$$\frac{5}{2\sqrt[3]{x}} = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{2x}$$

- $\frac{4\sqrt[5]{xyz}}{3\sqrt[5]{x^2y^3z^4}}$ Observa que solo se racionaliza a $\sqrt[5]{x^2y^3z^4}$.
- $\frac{4\sqrt[5]{xyz}}{3\sqrt[5]{x^2y^3z^4}} \cdot \frac{\sqrt[5]{x^3y^2z}}{\sqrt[5]{x^3y^2z}} = \frac{4\sqrt[5]{x^4y^3z^2}}{3\sqrt[5]{x^5y^5z^5}}$

$$= \frac{4\sqrt[5]{x^4y^3z^2}}{3xyz}$$

Observación:

- $\frac{2x}{\sqrt[3]{x^7}}$ Observa que el exponente de $\sqrt[3]{x^7}$ es mayor que el índice. Por lo que vamos a buscar un F.R. para que el exponente sea múltiplo del índice.

$$\frac{24}{\sqrt[3]{x^7}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{24\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^9}}$$

$$= \frac{24\sqrt[3]{x^2}}{x^3}$$



- b) **Racionalización de Binomio**

1 Caso

Cuando el binomio es de la forma $a \pm \sqrt{b}$ ó $\sqrt{a} \pm b$.

Se utiliza diferencia de cuadrados.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\frac{N}{a \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{a \mp \sqrt{b}}{a \mp \sqrt{b}} = \frac{N(a \mp \sqrt{b})}{a^2 - b}$$

Factor Expresión
Racionalizante Racionalizada
F.R. E.R.

Ejemplo 1

- $\frac{3}{2 - \sqrt{3}}$ El F.R. de $2 - \sqrt{3}$ es $2 + \sqrt{3}$

$$= \frac{3}{(2 - \sqrt{3})} \cdot \frac{(2 + \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})} = \frac{3(2 + \sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2}$$

F.R.

$$= \frac{3(2 + \sqrt{3})}{4 - 3}$$

$$= \frac{3(2 + \sqrt{3})}{1}$$

$$\frac{3}{2 - \sqrt{3}} = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{\text{E.R.}}$$



Ejemplo 2

- $\frac{3}{\sqrt{7} + 2}$ Su F.R. de $\sqrt{7} + 2$ es $\sqrt{7} - 2$

$$= \frac{3}{\sqrt{7} + 2} \cdot \frac{(\sqrt{7} - 2)}{(\sqrt{7} - 2)} = \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{(\sqrt{7})^2 - 2^2}$$

$$= \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{7 - 4} = \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{3}$$

$$\frac{3}{\sqrt{7} + 2} = \frac{\sqrt{7} - 2}{\text{E.R.}}$$

2 Caso

Quando el denominador es $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ se utiliza diferencia de cuadrados.

Ejemplo:

- $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ El F.R. de $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ es $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2}$$
- $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{6}}{3}$

E.R.



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

I. RACIONALIZAR:

1.

a) $\frac{5}{\sqrt{7}} =$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} =$

2.

a) $\frac{3}{\sqrt{7} \sqrt[3]{5}} =$

b) $\frac{5}{3\sqrt{5} \sqrt[5]{3^2}} =$

3.

a) $\frac{2}{3-\sqrt{5}} =$

b) $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} =$

4.

a) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} =$

b) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} =$

5.

a) $\frac{1}{2\sqrt{2}+7} =$

b) $\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} =$

II. RESOLVER:

6. Racionalizar:

$$A = \frac{1}{\sqrt{a}-1}$$

Indicar el numerador.

- a) $\sqrt{a}-1$ b) $\sqrt{a}+1$ c) $1-\sqrt{a}$
 d) $1+\sqrt{a}$ e) N.A.

7. Reducir:

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} \right) (\sqrt{5}+1)$$

- a) 1 b) 2 c) $\sqrt{5}+1$
 d) $\sqrt{5}-1$ e) N.A.

8. Reducir:

$$A = \frac{1}{3+\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}+1} + \frac{6\sqrt{5}}{4}$$

- a) $1+\sqrt{5}$ b) $1-\sqrt{5}$ c) $3+\sqrt{5}$
 d) $3-\sqrt{5}$ e) N.A.

9. Racionalizar:

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{8+\sqrt{48}}}$$

e indicar el denominador.

- a) 1 b) 4 c) 2
 d) 5 e) N.A.

10. Racionalizar:

$$\frac{5}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+2)}$$

e indicar el denominador.

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 9 e) N.A.

11. Dividir 1 entre:

$$3\sqrt{3} - \sqrt{18} - \sqrt{12} + 4\sqrt{2}$$

- a) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{2}+1$
 d) $\sqrt{3}-1$ e) N.A.

12. Racionalizar:

$$A = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}{\sqrt{10-2\sqrt{16}}}$$

e indicar el numerador:

- a) $\sqrt{6} + 2$ b) $\sqrt{6} - 2$ c) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$
 d) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ e) N.A.

13. Racionalizar:

$$\frac{1}{\sqrt[4]{17+2\sqrt{72}}}$$

- a) $\sqrt{2} - 1$ b) $\sqrt{2} + 1$ c) $\sqrt{3} - 1$
 d) $\sqrt{3} + 1$ e) N.A.

14. Efectuar:

$$\frac{4}{\sqrt{8+2\sqrt{12}}} + \frac{3}{\sqrt{7-2\sqrt{10}}} - \frac{1}{\sqrt{11-2\sqrt{30}}}$$

- a) 1 b) $\sqrt{5}$ c) 2
 d) 0 e) $\sqrt{3}$

15. Indicar el denominador racional de:

$$\frac{12}{\sqrt{2+\sqrt{3}+\sqrt{5}}}$$

- a) 11 b) 1 c) 5
 d) 2 e) N.A.

TAREA DOMICILIARIA N° 4

I. RACIONALIZAR:

1.

a) $\frac{2}{\sqrt{31}} =$

b) $\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} =$

2.

a) $\frac{5}{\sqrt{3}\sqrt[3]{2}} =$

b) $\frac{4}{3\sqrt{8}\sqrt{3}} =$

3.

a) $\frac{2}{3-\sqrt{7}} =$

b) $\frac{5}{\sqrt{8}-\sqrt{3}} =$

4.

a) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} =$

b) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} =$

5.

a) $\frac{2}{3\sqrt{2}+4} =$

b) $\frac{1}{5\sqrt{2}-7} =$

II. RESOLVER:

6. Racionalizar:

$$A = \frac{1}{\sqrt{b}+1}$$

Indicar el numerador.

- a) $\sqrt{b} - 1$ b) $\sqrt{b} + 1$ c) $1 - \sqrt{b}$
 d) $1 + \sqrt{b}$ e) N.A.

7. Reducir:

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \right) (\sqrt{10} - \sqrt{2})$$

- a) 1 b) 2 c) $\sqrt{5} + 1$
 d) $\sqrt{5} - 1$ e) N.A.

8. Reducir:

$$A = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

- a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{8}$ c) $\sqrt{2}$
 d) $\sqrt{3}$ e) N.A.

9. Racionalizar:

$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{1}}{\sqrt{4} + \sqrt{12}}$$

e indicar el denominador.

- a) 1 b) 4 c) 2
 d) 5 e) N.A.

10. Racionalizar:

$$\frac{21}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{8} + 1)}$$

e indicar el denominador.

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 9 e) N.A.

11. Dividir 2 entre:

$$3\sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{32} + 2\sqrt{8}$$

- a) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2} + 1$
 d) $\sqrt{3} - 1$ e) N.A.

12. Racionalizar:

$$A = (\sqrt{5} + 2\sqrt{6})^{-1}$$

e indicar el numerador:

- a) $\sqrt{6} + 2$ b) $\sqrt{6} - 2$ c) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$
 d) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ e) N.A.

13. Racionalizar e indicar el denominador:

$$\frac{1}{\sqrt{17 + 2\sqrt{72}}}$$

- a) 1 b) $\sqrt{2} + 1$ c) $\sqrt{3} - 1$
 d) $\sqrt{3} + 1$ e) N.A.

14. Efectuar:

$$\frac{1}{\sqrt{7 - 2\sqrt{12}}} - \frac{1}{\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}} + \frac{1}{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}$$

- a) 3 b) $\sqrt{5}$ c) 2
 d) 0 e) N.A.

15. Indicar el denominador racional de:

$$\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + 1}$$

- a) 11 b) 1 c) 5
 d) 2 e) N.A.

