RADICALES I

RADICALES HOMOGÉNEOS

Dos o más radicales son homogéneos si tienen el mismo índice:

Ejemplo:

- $\sqrt[3]{7}$; $\sqrt[3]{11}$; $\sqrt[3]{2}$ son radicales homogéneos.
- $\sqrt[3]{6}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt[5]{5}$ no son radicales homogéneos.

Si dos radicales son homogéneos podemos multiplicar o dividir sus radicandos, escribiendo el mismo radical, pero no podemos hacer nada con la suma o la resta de los mismos:

Ejemplo:

- $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{2 \times 5 \times 7} = \sqrt[3]{70}$
- $\dfrac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[5]{\dfrac{64}{2}} = \sqrt[5]{32} = 5$
- $\dfrac{\sqrt[5]{7} \times \sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{3}} = \dfrac{\sqrt[5]{14}}{\sqrt[5]{3}} = \sqrt[5]{\dfrac{14}{3}}$

Bien ya vimos como operar con radicales homogéneos, pero .....¿qué hacer con las multiplicaciones o divisiones de radicales que no son homogéneos?

En estos casos podemos HOMOGENIZAR dichos radicales para lo cual necesitamos conocer el siguiente principio.

Multiplicando el índice de un radical y el exponente del radicando por una misma cantidad, el valor aritmético de la raíz no se altera.

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}}$$

Recordemos que:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Si se trata de $\sqrt[nk]{a^{mk}}$ tendremos:

$$\sqrt[nk]{a^{mk}} = a^{\frac{mk}{nk}} = a^{\frac{m}{n}}$$

Luego:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

Ejemplo:

- $\sqrt[3]{2^5}$ expresarlo como un radical de índice 12.

  Solución:
  Logramos esto multiplicando el índice 3 y el exponente 5 respectivamente por 4, sin que el valor aritmético de la raíz se altere; es decir:

  $$\sqrt[8]{2^5} = \sqrt[4 \times 3]{2^{5 \times 4}} = \sqrt[12]{2^{20}}$$

- Escribir bajo un solo radical
  $\sqrt[3]{7^2} \times \sqrt[4]{7^3} \times \sqrt[6]{7^5}$

  Solución:

  Primero:
  Nos damos cuenta que el mcm (3 ; 4 ; 6) índices de las raíces es 12.

  Segundo:
  Llevamos cada radical como índice 12.

  $$\sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3 \times 4]{7^{2 \times 4}} = \sqrt[12]{7^8}$$

  $$\sqrt[4]{7^3} = \sqrt[3 \times 4]{7^{3 \times 3}} = \sqrt[12]{7^9}$$

  $$\sqrt[6]{7^5} = \sqrt[2 \times 6]{7^{5 \times 2}} = \sqrt[12]{7^{10}}$$

Tercero:
Operamos:

$$= \sqrt[3]{7^2} \times \sqrt[4]{7^3} \times \sqrt[6]{7^5}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$= \underbrace{\sqrt[12]{7^8} \times \sqrt[12]{7^9} \times \sqrt[12]{7^{10}}}_{\text{..... ¡radicales homogéneos!}}$$

$$= \sqrt[12]{7^8 \times 7^9 \times 7^{10}} = \sqrt[12]{7^{27}}$$

$$= 7^{\frac{27}{12}} = 7^{\frac{9}{4}} = \sqrt[4]{7^9}$$

5) <u>RADICALES SEMEJANTES</u>:

Dos o más radicales son semejantes si además de tener el mismo índice, tienen la misma cantidad subradical (o el mismo radicando).

Para sumarlo o restarlo operamos con los factores que le anteceden escribiendo luego el mismo radical, así:

$$5\sqrt[5]{3} + 7\sqrt[5]{3} = 12\sqrt[5]{3}$$

Para multiplicarlos o dividirlo, procedemos como en RADICALES HOMOGÉNEOS, así:

$(5\sqrt{2})(3\sqrt{2}) = 15\sqrt{2}\ \sqrt{2} = 15\sqrt{2 \times 2} = 15\sqrt{4}$

$= 15 \times 2 = 30$

Ejercicios de aplicación

I. Escribir bajo un solo radical:

1) $\sqrt[3]{5} \quad \sqrt[3]{2} \quad \sqrt[3]{3} =$

2) $\sqrt{2} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt{2} =$

3) $\sqrt[4]{7} \quad \sqrt[4]{7} \quad \sqrt[4]{7} \quad \sqrt[4]{7} =$

4) $\sqrt[10]{2} \quad \sqrt[10]{3} \quad \sqrt[10]{4} =$

5) $\sqrt{11} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{5} =$

6) $\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5} =$

7) $\sqrt[3]{7} \quad \sqrt[3]{2} \quad \sqrt[3]{5} =$

8) $\dfrac{\sqrt[6]{2} \quad \sqrt[6]{5} \quad \sqrt[6]{4}}{\sqrt[6]{20}} =$

9) $\dfrac{\sqrt[7]{2} \quad \sqrt[7]{8} \quad \sqrt[7]{3}}{\sqrt[7]{4} \quad \sqrt[7]{12}} =$

10) $\dfrac{\sqrt[5]{3} \quad \sqrt[5]{2} \quad \sqrt[5]{7}}{\sqrt[5]{6} \quad \sqrt[5]{3}}$

II. Homogenizar los siguientes radicales:

1) $\sqrt[4]{2^5} \ ; \ \sqrt{2^3} =$

2) $\sqrt[5]{3^6} \ ; \ \sqrt[15]{3^2} =$

3) $\sqrt[7]{5^2} \ ; \ \sqrt[14]{5} =$

4) $\sqrt[3]{2^7} \ ; \ \sqrt[4]{2^3} =$

5) $\sqrt[6]{8^3} \ ; \ \sqrt[5]{8^2} =$

6) $\sqrt[3]{7} \ ; \ \sqrt[6]{7^{23}} \ ; \ \sqrt[12]{7^5} =$

7) $\sqrt[8]{2^7} \ ; \ \sqrt[24]{2^5} \ ; \ \sqrt[6]{2^5} =$

8) $\sqrt{11^3} \ ; \ \sqrt[4]{11^3} \ ; \ \sqrt[9]{11^2} \ ; \ \sqrt[6]{11^5}$

9) $\sqrt[3]{13^2} \ ; \ \sqrt[12]{13^5} \ ; \ \sqrt[8]{13^3} \ ; \ \sqrt[6]{13} =$

10) $\sqrt[7]{19^2} \ ; \ \sqrt[3]{19} \ ; \ \sqrt[81]{19^4} \ ; \ \sqrt{19} =$

III. Escribir bajo un solo radical:

1) $\sqrt{2} \ . \ \sqrt{3} \ . \ \sqrt{5} =$

2) $\sqrt[3]{7} \ . \ \sqrt[3]{6} \ . \ \sqrt[3]{2} =$

3) $\sqrt[3]{7} \;.\; \sqrt[3]{7} \;.\; \sqrt[3]{7} =$

4) $\sqrt{2} \;.\; \sqrt[4]{2^3}$

5) $\left[\sqrt[5]{9^3} \;.\; \sqrt[6]{9^5} \;.\; \sqrt[5]{9}\right] : \left[\sqrt[10]{9^7}\right] =$

6) $\left[\sqrt[7]{7^3} \;.\; \sqrt[14]{7^9} \;.\; \sqrt[28]{7^3}\right] : \left[\sqrt[28]{7^{19}}\right] =$

7) $\left[\sqrt{2} \;.\; \sqrt[6]{2^5} \;.\; \sqrt[12]{2^7}\right] : \left[\sqrt[12]{2^{17}}\right] =$

8) $\left[\sqrt[11]{11^3} \;.\; \sqrt[22]{11^5} \;.\; \sqrt[44]{11^7}\right] : \left(\sqrt[44]{11^{23}}\right) =$

9) $\left[\sqrt[4]{13^3} \;.\; \sqrt[8]{13^5} \;.\; \sqrt[12]{13}\right] : \left(\sqrt[6]{13^7}\right) =$

10) $\dfrac{\sqrt[3]{3} \;.\; \sqrt[5]{3^4} \;.\; \sqrt[10]{3^7}}{\sqrt[30]{3^{55}}} =$

IV. Efectuar:

1) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} =$

2) $7\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 8\sqrt{5} =$

3) $-6\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} =$

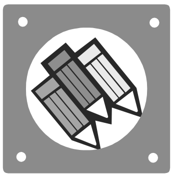
4) $-8\sqrt[7]{5} - 6\sqrt[7]{5} - \sqrt[7]{5} =$

5) $3\sqrt{3} + 10\sqrt{2} + 8\sqrt{3} - 10\sqrt{2} =$

6) $8\sqrt{7} + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{5} =$

7) $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} =$

8) $\sqrt{5} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{5} + 7\sqrt{7} =$



Tarea Domiciliaria Nº 6

I. Efectuar:

1) $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} =$

2) $6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} =$

3) $-2\sqrt[3]{7} + 3\sqrt[3]{7} - 1\sqrt[3]{7} =$

4) $8\sqrt[7]{3} - 3\sqrt[7]{3} - 5\sqrt[7]{3} + 2\sqrt[7]{3} =$

5) $8\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 1\sqrt{2} - 5\sqrt{2} =$

6) $\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{7} + 7\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 9\sqrt{7} =$

7) $\sqrt[3]{11} - 3\sqrt[3]{11} + 5\sqrt[3]{11} + 9\sqrt[3]{11} =$

8) $10\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} =$

9) $3\sqrt[7]{2} - \sqrt[7]{2} + \sqrt[7]{2} + 9\sqrt{2} - 5\sqrt{2} =$

10) $8\sqrt[6]{9} + 7\sqrt[6]{9} - 5\sqrt[6]{9} =$

II. Homogenizar los siguientes radicales

1) $\sqrt[3]{3^2} \;;\; \sqrt[6]{3^4} \;;\; \sqrt[8]{3^{21}} =$

2) $\sqrt{5^3} \;;\; \sqrt[6]{5^4} \;;\; \sqrt[8]{5^{10}} \;;\; \sqrt[12]{5^9} =$

3) $\sqrt[7]{19^2} \;;\; \sqrt[3]{19} \;;\; \sqrt[21]{19^4} =$

4) $\sqrt[7]{5^2} \;;\; \sqrt[19]{5} \;;\; \sqrt[21]{5^5} =$

5) $\sqrt[3]{2^7} \;;\; \sqrt[4]{2^3} \;;\; \sqrt[6]{2} =$

6) $\sqrt{12^0} \;;\; \sqrt[3]{12^2} \;;\; \sqrt{12^5} =$

7) $\sqrt[3]{13^2} \;;\; \sqrt{13} \;;\; \sqrt[10]{3^{11}} =$

8) $\sqrt[5]{11^3} \;;\; \sqrt[2]{11^5} \;;\; \sqrt[3]{11^8} =$

9) $\sqrt[2]{7} \;;\; \sqrt[3]{7^5} \;;\; \sqrt[5]{7^3} \;;\; \sqrt[2]{7^3} =$

10) $\sqrt[3]{9} \;;\; \sqrt[5]{9^2} \;;\; \sqrt[4]{9^3} =$