



RECURSOS DIDÁCTICOS

CUARTO DE SECUNDARIA

ARITMÉTICA

RAZONES Y PROPORCIONES

INTRODUCCIÓN

Entre los años 550 a 450 a.C. se establece la era pitagórica. Pitágoras de Samos, personaje semilegendario creador de un gran movimiento metafísico, moral, religioso y científico. El saber geométrico de los pitagóricos estaba en la geometría elemental, donde destaca el famoso Teorema de Pitágoras, el cual fue establecido por su escuela y donde la tradición de los pitagóricos llevó a atribuírselo a su maestro. Con respecto a la aritmética actual el saber de los pitagóricos era enorme. Fueron los primeros en analizar la noción de número y establecer las relaciones de correspondencia entre la aritmética y la geometría. Definieron los números primos, algunas progresiones y precisaron la teoría de las proporciones. Los pitagóricos propagaban de que todo podía expresarse por medio de números, pero luego tuvieron que aceptar que la diagonal de un cuadrado era incommensurable con el lado del cuadrado.

APLICACIÓN

Las razones y proporciones, tienen una gran aplicación en diversas disciplinas; por ejemplo en ingeniería se emplean las escalas para realizar pequeñas maquetas; en el área contable, para realizar movimientos financieros y en la vida diaria, para efectuar ciertas operaciones aritméticas.

RAZÓN

Si observamos dos magnitudes y una es mayor que la otra nos preguntamos ¿en cuántas unidades es mayor? ó ¿cuántas veces contiene la mayor o la menor?, para responder a estas preguntas comparamos estas dos magnitudes por diferencia o por división respectivamente.

RECORDAR:

"Razón es la comparación de dos cantidades de una misma magnitud mediante la operación de diferencia o división".

CLASES DE RAZÓN

Razón Aritmética

Es la comparación de dos cantidades mediante la diferencia. Dicha diferencia determina en cuántas unidades excede una magnitud a la otra.

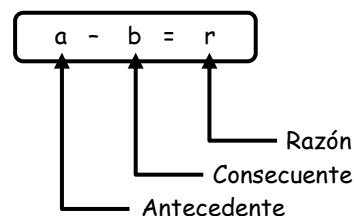
Ejemplo:

En 4to. año del colegio Trilce asisten 25 varones y 18 mujeres. ¿Cuál es la razón aritmética?

Comparando:

$$\underbrace{25 \text{ varones}}_{\text{antecedente}} - \underbrace{18 \text{ mujeres}}_{\text{consecuente}} = \underbrace{7 \text{ varones}}_{\text{valor de la razón}}$$

En general:



Razón Geométrica

Es la comparación de dos cantidades por medio del cociente o división.

Ejemplo:

La edad de un padre y su hijo son 40 y 5 años respectivamente.

Comparando:

$$\frac{\text{Padre : } 40 \text{ años}}{\text{Hijo : } 5 \text{ años}} = 8$$

Interpretación:

- La edad del padre es 8 veces la edad del hijo.
- La edad del hijo es la octava parte de la edad del padre.

En general:

$$\frac{a}{b} = k$$

Donde:

a : antecedente

b : consecuente

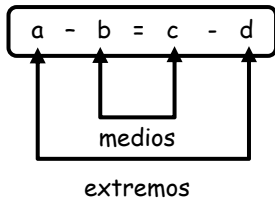
k : valor de la razón geométrica

□ **PROPORCIÓN**

Es la igualdad de dos razones y puede ser de dos clases:

➤ **PROPORCIÓN ARITMÉTICA (EQUI - DIFERENCIA)**

Igualdad de dos o más razones aritméticas.



PROPIEDAD:

"Suma de medios igual a suma de extremos"

$$a + d = b + c$$

Las proporciones aritméticas se dividen en dos tipos:

✓ **Proporción Aritmética Discreta**

Cuando se cumple que sus cuatro términos son diferentes entre sí.

$$a - b = c - d$$

Observación:

Al último término (d) se le denota "Cuarta diferencial" de a, b y c.

✓ **Proporción Aritmética Continua**

"Cuando los términos medios son iguales"

$$a - (b) = (b) - c$$

Observación:

A cada término igual (b) se le denomina "Media diferencial" de a y c; y a cada término distinto se le llama "Tercera Diferencial".

➤ **PROPORCIÓN GEOMÉTRICA (EQUI - COCIENTE)**

Igualdad de dos o más razones geométricas

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

o también:

$$a : b :: c : d$$

donde:

"a" y "d" son términos extremos.

"b" y "c" son términos medios.

PROPIEDAD

"Producto de medios igual a producto de extremos".

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Las proporciones geométricas se dividen en dos tipos:

✓ **Proporción Geométrica Discreta**

Cuando se cumple que sus cuatro términos son diferentes entre sí.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Observación:

"Al último término (d) se le denomina "Cuarta proporcional" de a, b y c.

✓ **Proporción Geométrica Continua**

"Cuando los términos medios son iguales"

$$\frac{a}{(b)} = \frac{(b)}{c}$$

Observación:

A cada término igual (b) se le denomina "Media Geométrica o Media Proporcional" de a y c; y a cada término distinto se le llama "Tercera Proporcional".

PROPIEDADES

Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

1. $a \cdot d = b \cdot c$

2. $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

3. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

4. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

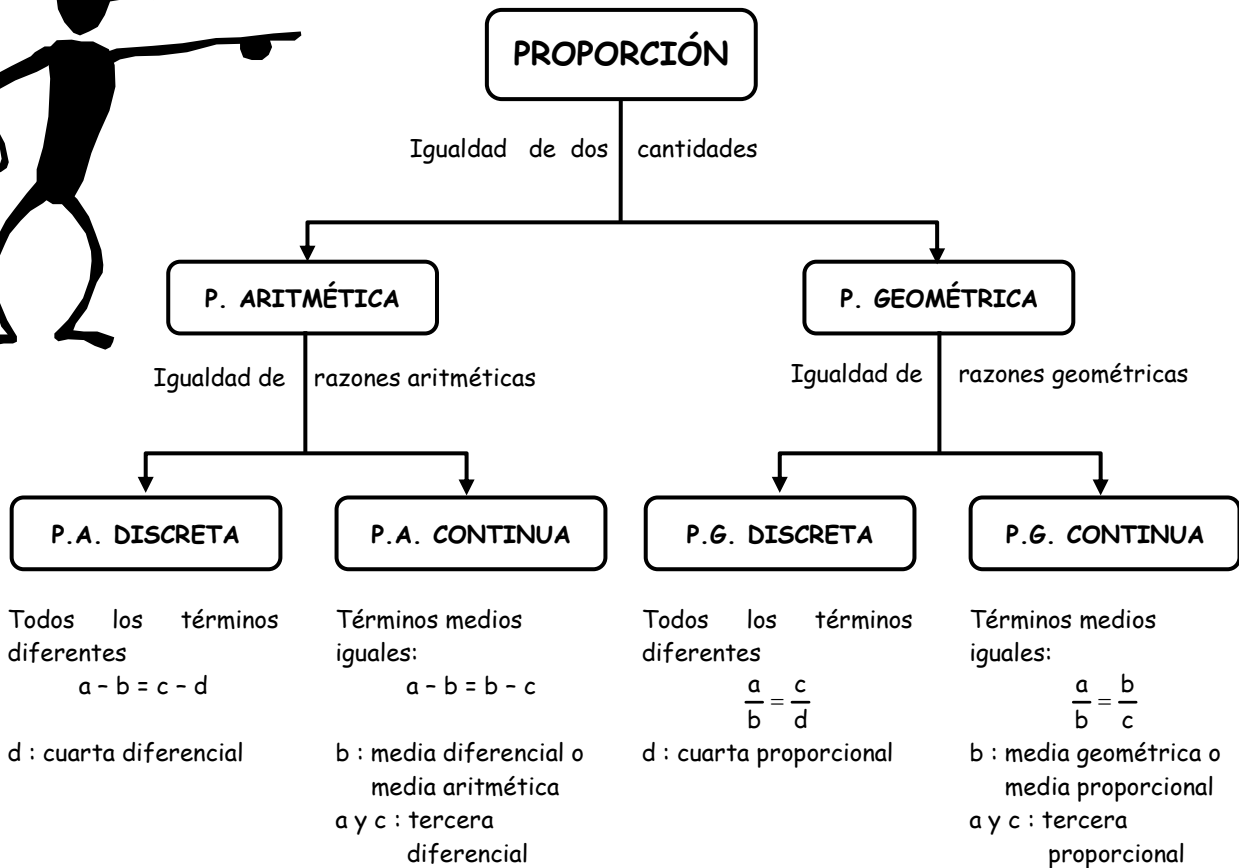
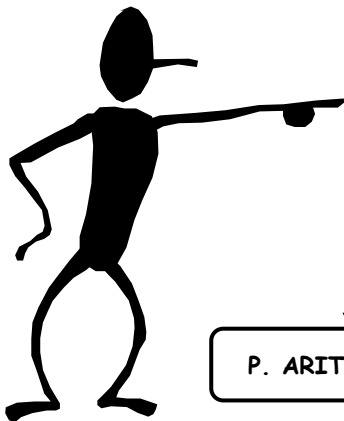
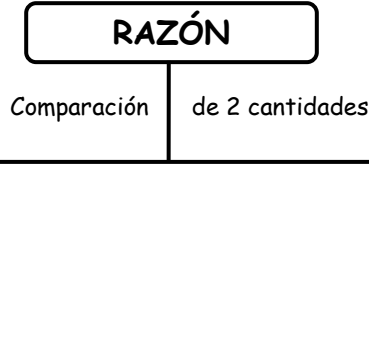
5. $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

6. $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n}$

7. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}}$



RESUMEN

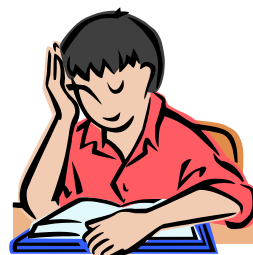




Ejercicios de Aplicación

- Dos números están en la relación de 5 a 2 y su suma es 70. Hallar el mayor:
a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60
- Dos números están en la relación de 3 a 7 y la diferencia de ellos es 160. hallar el menor:
a) 60 b) 120 c) 180
d) 250 e) 280
- Dos números son entre sí como 5 es a 3 y su suma es 120. Hallar el mayor:
a) 60 b) 75 c) 36
d) 48 e) 45
- La suma de dos números es 980 y su razón es $\frac{5}{9}$. Hallar el menor:
a) 300 b) 320 c) 340
d) 350 e) 360
- La suma de dos números es 320 y su razón geométrica es $\frac{3}{7}$. Hallar el número mayor:
a) 336 b) 224 c) 188
d) 163 e) 218
- Dos números son entre sí como 2 es a 5. Si su razón aritmética es 72. Hallar el número mayor:
a) 60 b) 82 c) 120
d) 96 e) 86
- Las edades de Juan y Roberto son 30 y 24 años respectivamente. ¿Dentro de cuántos años sus edades estarán en la relación de 7 a 6?
a) 10 b) 18 c) 15
d) 12 e) 20
- Mario tiene 38 años y Jessica 24 años, ¿hace cuántos años sus edades fueron como 2 a 1?
a) 12 b) 8 c) 10
d) 15 e) 6

- En una caja se tienen 140 bolas, 80 blancas y el resto iguales, ¿cuántos bolas blancas se deben retirar para que existan 5 bolas blancas por cada 6 bolas azules?
a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50
- En una reunión se observó que por cada 5 hombres hay 3 mujeres si llegaron 10 hombre y 8 mujeres la nueva relación será de 3 hombres por cada 2 mujeres. ¿Cuántos personas habían inicialmente en la reunión?
a) 48 b) 42 c) 32
d) 38 e) 24
- Hallar la media proporcional de 4 y 9
a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10
- Hallar la media proporcional de 12 y 27
a) 18 b) 16 c) 12
d) 15 e) 21
- Hallar la cuarta proporcional de 15; 20 y 18
a) 36 b) 21 c) 24
d) 28 e) 32
- La media proporcional de "a" y 27 es "b" y además "a" es la tercera proporcional entre 3 y 27. Hallar (a - b)
a) 81 b) 162 c) 243
d) 54 e) 30
- La cuarta diferencial de "a", "b" y "c" es 29, la tertia proporcional de "a" y "b" es 36 y la media aritmética de "b" y "c" es 39. Hallar la tercera diferencial de "a" y "c".
a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24





Tarea Domiciliaria

- En una razón geométrica el antecedente es 108 y el consecuente 4. ¿Cuál es el valor de la razón?
 - 25
 - 27
 - 29
 - 31
 - 33
- Determinar el consecuente de una razón cuyo valor es $\frac{5}{8}$ y el antecedente es $\frac{4}{9}$.
 - $\frac{32}{45}$
 - $\frac{45}{32}$
 - $\frac{18}{15}$
 - $\frac{6}{5}$
 - $\frac{8}{25}$
- En una razón el consecuente es 8 y su valor es 0,375. Determinar el antecedente.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
- La razón entre las velocidades de un tren y de un avión es 2 : 3 si la velocidad del tren es de 600 km/h. ¿Cuál es la velocidad del avión?
 - 150 km/h
 - 300
 - 450
 - 600
 - 900
- La razón de las longitudes de los lados de un rectángulo es 3 : 4. Si el lado menor mide 15 cm. ¿Cuánto mide el perímetro del rectángulo?
 - 50 cm
 - 60
 - 70
 - 80
 - 90
- Las edades de Ana y Julia están en la relación de 2 : 3. ¿Qué edad tiene la mayor, si la sumas de sus edades es 85 años?
 - 17
 - 34
 - 51
 - 60
 - 75
- La diferencia entre el peso de dos vehículos es 120 kg. y están en la relación de 7 : 4. ¿Calcule el peso del vehículo menos pesado?
 - 40 kg
 - 80
 - 120
 - 160
 - 200
- El perímetro de un rectángulo es 256 cm y la razón entre la medida de sus lados es 5 : 3. Calcular el área.
 - 3840 cm
 - 3640
 - 3440
 - 800
 - 400
- Dos amigos deben repartirse \$ 27 000 en la razón de 7 : 2. ¿Cuánto dinero recibe el mayor?
 - \$ 21000
 - 18000
 - 9000
 - 3000
 - 2000
- El dinero de 2 personas están en la razón de 12 : 7 y una de ellas tiene \$ 850 más que la otra. ¿Cuánto dinero tiene la menor?
 - 1090
 - 1190
 - 1120
 - 1000
 - 1990
- Los ángulos interiores de un triángulo están en la razón de 5, 8 y 2. ¿Cuál es la medida de ángulo mayor?
 - 90°
 - 96°
 - 100°
 - 106°
 - 160°
- Calcular "M" si $M = T + P + D$
 Donde:
 T : media diferencial de 12 y P
 P : media proporcional de 12 y 3
 D : tercia proporcional de T y P
 - 10
 - 15
 - 18
 - 19
 - 20
- En la serie: $\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{9} = k$
 se cumple: $a + b + c - k = 54$
 Calcule: $a - b + c$
 - 14
 - 27
 - 21
 - 36
 - 12
- En una proporción geométrica continua el producto de los extremos es 144. Hallar la media proporcional.
 - 10
 - 12
 - 18
 - 21
 - 24
- En una proporción geométrica la suma de antecedentes es 130 y la suma de los consecuentes es 208. Si el producto de los términos medios es 5400. Hallar el mayor de los términos.
 - 100
 - 75
 - 120
 - 180
 - 240

