



RECURSOS DIDÁCTICOS

QUINTO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

BINOMIO DE NEWTON

DESARROLLO DEL BINOMIO DE NEWTON

Para un binomio de la $(a + b)^n$ $a, b \in \mathbb{R}$
 $n \in \mathbb{N}$

Su desarrollo está dado por:

$$(a + b)^n = C_0^n a^n + C_1^n a^{n-1}b + C_2^n a^{n-2}b^2 + \dots + C_n^n a^n$$

$$(x + a)^3 = \underbrace{C_0^3}_{1} x^3 + \underbrace{C_1^3}_{\frac{3!}{2!1!} = \frac{6}{2} = 3} xa^2 + \underbrace{C_2^3}_{3} x^2a + \underbrace{C_3^3}_{1} a^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$



Ejemplo:

$$(x + a)^4 = C_0^4 x^4 + C_1^4 x^3a + C_2^4 x^2a^2 + C_3^4 xa^3 + C_4^4 a^4$$

$$\begin{array}{ccccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ \textcircled{1} & \textcircled{4} & \textcircled{6} & \textcircled{4} & \textcircled{1} \end{array}$$

$$(x + a)^4 = x^4 + 4x^3a + 6x^2a^2 + 4xa^3 + a^4$$

FÓRMULA DEL TÉRMINO GENERAL

Fórmula para calcular un término cualquiera del desarrollo.

Si no deseamos calcular un término de lugar $(k + 1)$ en el desarrollo de $(a + b)^n$ tendremos lo siguiente:

$$T_{k+1} = C_k^n a^{n-k} b^k$$

Si se cuenta de derecha a izquierda: $T_{k+1} = C_k^n b^{n-k} a^k$

Ejemplo:

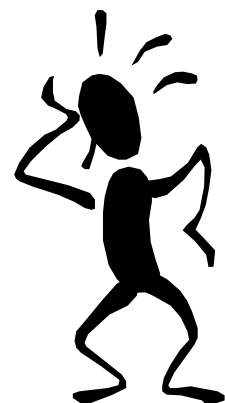
- Hallar el quinto término contando a partir del final en el desarrollo de: $(2x + y^2)^6$

$$\Rightarrow k + 1 = 5$$

$$k = 4$$

$$T_5 = C_4^6 x^4 (y^2)^2 = C_4^6 x^4 y^4$$

$$T_5 = 15x^4 y^4$$



Ejemplo:

- Hallar el término 10 en: $(x + 1)^{13}$

$$\Rightarrow k + 1 = 10 \Rightarrow k = 9 \Rightarrow T_{10} = C_9^{13} x^{13-9} a^9$$

Puesto que: $C_9^{13} = \frac{13!}{4! \times 9!} = \frac{13 \times 12 \times 10 \times 11 \times \cancel{9}}{24 \times \cancel{9}} = 65 \times 11 = 715$

$$\therefore t_{10} = 715x^4a^9$$



PROPIEDADES

- Si: $(x + a)^n$
Número de Términos = $n + 1$

- Si: $x = a = 1$
 $2^n = C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n$

- De: $M(x,y) = (Ax^\alpha + By^\beta)^n$
Suma de todos los grados absolutos de todos los términos = $(\alpha + \beta) \cdot \frac{n(n+1)}{2}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

- Hallar el 5to término de:
 $(x + 2y^3)^7$
a) $480x^4y^{16}$ b) $560x^3y^{12}$ c) $440x^7y^{21}$
d) $210x^4y^{16}$ e) $320x^3y^{12}$
- ¿Cuál es el término número 14 de $(3 - x)^{15}$?
a) $150x^{12}$ b) -144^{13} c) $1\,000x^{15}$
d) $-945x^{13}$ e) $400x^{15}$
- Indicar el valor "n" en:
 $(1 - 3a^n)^6$;
si el término número 5 contiene el valor a^8 .
a) 3 b) 4 c) 6
d) 2 e) 5

- Encontrar el coeficiente de m^{16} en $(m^2 - 2m)^{10}$
a) 2 400 b) 1 020 c) 3 360
d) 1 600 e) 2 100
- Hallar el término número 4 de $(a - 5)^5$
a) $-45a^2$ b) $5\,050a^4$ c) $-640a^3$
d) $-3\,600a^5$ e) $-1\,250a^2$
- Hallar el coeficiente de a^{18} en $(a^4b - ac)^9$
a) -100 b) 84 c) -48
d) 360 e) 18

7. Hallar el término de lugar 81 en:

$$(a^3 - \sqrt[3]{b})^{104}$$

- a) $\binom{81}{40} a^{16} b^{15/4}$ d) $\binom{120}{60} a^{16} b^{48}$
 b) $\binom{100}{50} a^{40} b^{30}$ e) $\binom{81}{9} a^{60} b^{80}$
 c) $\binom{104}{80} a^{72} b^{80/3}$

8. En el desarrollo de $(p^2 + p^3y)^{15}$; dar el término que contiene a: p^{36}

- a) 15° b) 5° c) 11°
 d) 8° e) 7°

9. Encontrar el término central de:

$$(a/b + b^2/a^2)^{14}$$

- a) $T_7 = \binom{14}{6} \left(\frac{a}{b}\right)^6$ d) $T_7 = \binom{14}{6} \left(\frac{a}{b}\right)^6$
 b) $T_9 = \binom{14}{8} \left(\frac{b}{a^2}\right)^8$ e) $T_8 = \binom{14}{7} \left(\frac{b}{a}\right)^7$
 c) $T_8 = \binom{14}{7} \left(\frac{a}{b}\right)^7$

10. Dar el término central en $(m/n + n/m)^{10}$

- a) 252 b) 100 c) 324
 d) 150 e) 270

11. Calcular "p" si el décimo término del desarrollo de $(2x^5 + 3x^{-1})^p$ contiene x^6

- a) 10 b) 11 c) 12
 d) 13 e) 14

12. Señalar el lugar del término independiente de "x" en:

$$E(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{55}$$

- a) 21 b) 22 c) 23
 d) 24 e) 30

13. Calcular "m" si el cuarto término del desarrollo de $(x^m + y^{m-3})^8$ es de grado 87.

- a) 11 b) 12 c) 13
 d) 14 e) 8

14. Calcular el número de términos del desarrollo de $(5x^3 + y^4)^n$ si contiene un término de la forma: $ax^{21}y^8$

- a) 7 b) 9 c) 3
 d) 10 e) 14

15. Sumar:

$$S = \frac{C_0^n}{1} + \frac{C_1^n}{2} + \frac{C_2^n}{3} + \dots + \frac{C_n^n}{n+1}$$

- a) $\frac{3^{n+1}-1}{n-1}$ b) $\frac{2^{n-1}+1}{n+1}$ c) $\frac{3^n+1}{n-1}$
 d) $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$ e) $\frac{2^{n+1}+1}{n-1}$

TAREA DOMICILIARIA N° 5

1. Hallar el quinto término de: $(2x + y^2)^6$

- a) $32x^2y^4$ b) $64x^2y^6$ c) $120x^2y^8$
 d) $84x^2y^8$ e) $60x^2y^8$

2. Hallar el cuarto término del desarrollo de:

$$F(x, y) = (x^5 + 2y^7)^8$$

e indicar su grado.

- a) 8 b) 25 c) 21
 d) 46 e) N.A.

3. En el desarrollo de: $M(x,y) = (x^4y^2 + x^5y^2)^{17}$

Hallar $L = \frac{T_{10}}{T_9}$

- a) x b) $\frac{2x^2}{y^{20}}$ c) $\frac{x^2}{y^2}$
 d) $\frac{x^4}{y^4}$ e) N.A.

4. Calcular el término 13 del desarrollo de:

$$\left(27x - \frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{16}$$

- a) 1680 b) 1720 c) 1820
d) 2820 e) 18560

5. Hallar el quinto término e indique como respuesta su grado.

$$P(x, y) = (x^2 + 2y^3)^{10}$$

- a) 10 b) 12 c) 21
d) 24 e) 28

6. Hallar el término central en:

$$B(x) = \left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right)^6$$

- a) 20 b) -20 c) 28
d) 24 e) 26

7. En el desarrollo de:

$$F(x, y) = (x^3y + x^2y^2)^{23}$$

Hallar $M = \frac{T_{10}}{T_{15}}$

- a) $\frac{x^6}{y^{12}}$ b) $\frac{x^8}{y^{16}}$ c) $\frac{x^4}{y^3}$
d) 1 e) N.A.

8. Señalar el lugar del término independiente de "x" en:

$$E(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{55}$$

- a) 22 b) 21 c) 23
d) 30 e) N.A.

9. Hallar el coeficiente del término independiente en el desarrollo de:

$$M(x) = \left(x^8 - \frac{1}{x^4}\right)^{12}$$

- a) 490 b) 480 c) 495
d) 496 e) 4950

10. Hallar el término central en:

$$B(x) = \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^6$$

- a) 20 b) -20 c) 20/3
d) 24 e) N.A.

11. Calcular "n" sabiendo que la suma de los coeficientes de los desarrollos de:

$$P(x) = (3x^2 - 1)^n \quad \text{y} \quad Q(x) = (5x^3 - 1)^{2n-6}$$

Son respectivamente iguales.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) N.A.

12. Hallar lugar del término que no contiene a "x" en la siguiente expansión de:

$$P(x) = \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$$

- a) 9° b) 5° c) 6°
d) 8° e) 7°

13. Encontrar un número natural "n" para que los términos de lugares 9 y 7 en el desarrollo de:

$$F(x, y) = \left(\frac{\sqrt{13}x}{2} + y^2\right)^n$$

Admiten el mismo coeficiente

- a) 10 b) 18 c) 19
d) 20 e) N.A.

14. Contiene a "x" en la expansión de:

$$F(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{4\sqrt{x}}\right)^9$$

Hallar el lugar del termino.

- a) 4° b) 5° c) 6°
d) 7° e) N.A.

15. Hallar "n" en:

$$C_1^n + 2C_2^n + 3C_3^n + \dots + nC_n^n = 192$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6