



# RECURSOS DIDÁCTICOS

CUARTO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

## DOMINIO, RANGO Y GRÁFICA DE FUNCIONES

### GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

#### Definición

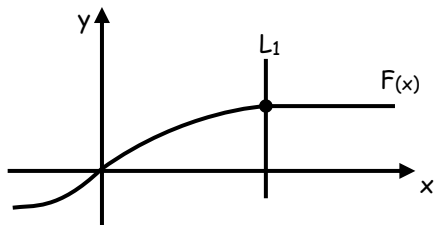
Sea "f" una función real, la gráfica de "f" es el conjunto "G", de todos los puntos (x, y) en el plano, tal que "x" está en el dominio de "f" e "y" es la imagen de "x" por "f", es decir:

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = f(x); x \in D_f\}$$

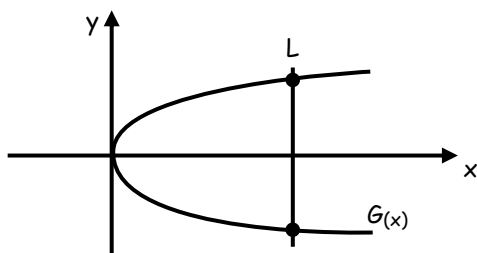
Una gráfica cualquiera será función; si y sólo si, al azar una paralela al eje "y" corta a la gráfica en un solo punto.

#### Ejemplo

- a.  $F(x)$  es función entonces "L<sub>1</sub>" la recta paralela al eje "y" corta a la gráfica en un solo punto.



- b.  $G(x)$  no es función entonces "L<sub>2</sub>" la recta paralela al eje "y" corta a la gráfica en más de un punto.



### FUNCIONES ESPECIALES

#### 1 Función Constante

Regla de correspondencia:  $f(x) = k$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \wedge \quad R_f = k$$

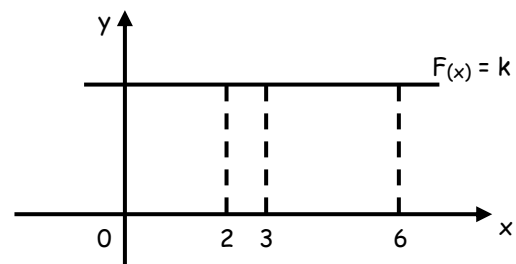
Significa que:

$$f = \{ \dots (0; k), (1; k), (2; k) \dots \}$$



$$\therefore f = \{(x; k) / f(x) = k\}$$

Gráfica:



#### 2 Función Identidad

Regla de correspondencia:  $f(x) = x$

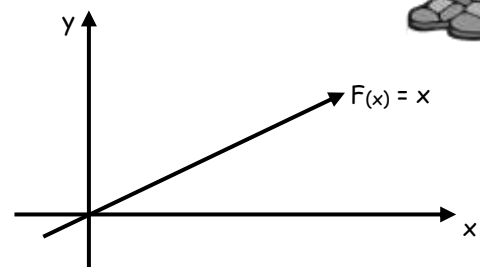
$$D_f = \mathbb{R} \quad \wedge \quad R_f = \mathbb{R}$$

Significa que:

$$f = \{ \dots (1; 1), (2; 2), (3; 3) \dots \}$$

$$\therefore f(x) = \{(x; y) / f(x) = x \rightarrow x = y\}$$

Gráfica:



#### 3 Función Valor Absoluto

Regla de correspondencia:  $f(x) = |x|$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \wedge \quad R_f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

Significa que:

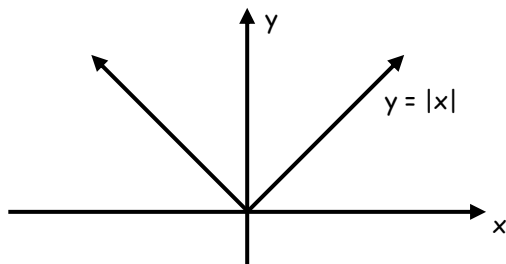
$$f = \{ \dots (-2; 2), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), \dots \}$$

$$f(x) = |x|$$

$$y = |x| \rightarrow x = 1; y = 1$$

$$x = -1; y = 1$$

Gráfica:



#### 4 Función Raíz Cuadrada

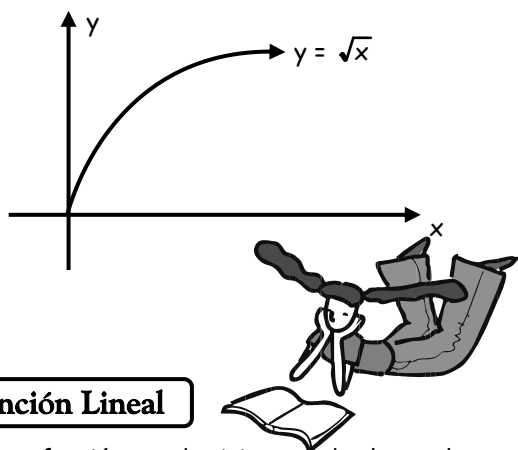
Regla de correspondencia:  $f(x) = \sqrt{x}$

$$D_f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad \wedge \quad R_f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

Significa que:

$$f = \{ (0; 0), (1; 1), (2; \sqrt{2}), (3; \sqrt{3}), \dots \}$$

Gráfica:

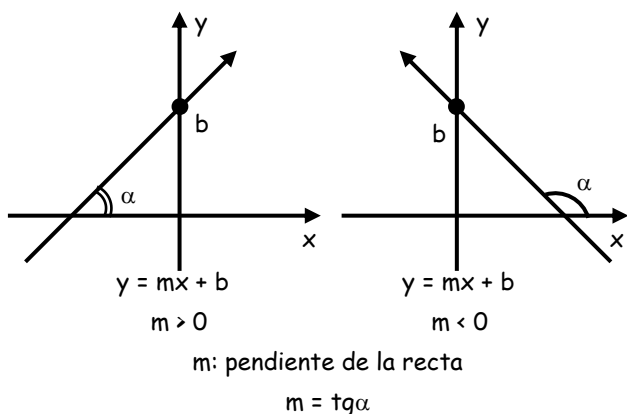


#### 5 Función Lineal

Es una función con dominio en todos los reales y como regla de correspondencia:  $f(x) = ax + b$ , donde "a" y "b" son constantes cualesquiera. ( $a \neq 0$ )

Su gráfica es una recta; con pendiente "a" e intercepto "b".

Gráfica:



#### Ejemplo

Calcular la función lineal que tenga:  $f(1) = 3$  y además;  $f(2) = 2f(3)$

**Solución:**

$$f(x) = mx + b$$

$$f(1) = m + b = 3 \quad \dots\dots\dots(\alpha)$$

Además:

$$2m + b = 2(3m + b)$$

$$2m + b = 6m + 2b$$

$$b = -4m \quad \dots\dots\dots(\beta)$$

De ( $\alpha$ ) y ( $\beta$ ):

$$m = -1 \quad \wedge \quad b = 4$$

$$\therefore f(x) = -x + 4$$



#### DOMINIO DE UNA FUNCIÓN

##### Ejemplo

Halle el dominio de la función:

$$f(x) = \frac{x+5}{x-4}$$

**Solución:**

Cuando se pide el dominio, nos preguntamos para que valores de "x" (variable) esta definida la función  $f(x)$ .

$$\therefore f(x) \text{ esta definida en } \mathbb{R}; \text{ si } x - 4 \neq 0$$

$$\Rightarrow x \neq 4$$

$$\therefore \text{Dom}f = \mathbb{R} - \{4\}$$

#### RANGO DE UNA FUNCIÓN

##### Ejemplo

Hallar el rango de la función:

$$f(x) = 2x + 5. \text{ Si: } x \in \langle -1; 2 \rangle$$

**Solución:**  $-1 < x \leq 2$

multiplicando x 2:  $-2 < 2x \leq 4$

sumamos 5:  $3 < 2x + 5 \leq 9$

$$3 < f(x) \leq 9$$

$$\therefore \text{Rang}(f) = \langle 3, 9 \rangle$$

## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

### BLOQUE I

1. Hallar el dominio de la función:

$$F(x) = x + 9$$

- a)  $\mathbb{R} - \{9\}$       b)  $\mathbb{R} - \{-9\}$       c)  $\mathbb{R}$   
 d)  $\mathbb{R} - \{0\}$       e)  $\mathbb{R}^+$

2. Hallar el dominio de la función:

$$F(x) = 3x^2 + 2x + 1$$

- a)  $\mathbb{R} - \{3\}$       b)  $\mathbb{R} - \{2\}$       c)  $\mathbb{R} - \{1\}$   
 d)  $\mathbb{R}$       e)  $\mathbb{R}^-$

3. Hallar el dominio de la función "f" definida en  $\mathbb{R}$  por:

$$f(x) = -\frac{x}{2} + 3$$

- a)  $\mathbb{R}^+$       b)  $\mathbb{R}^-$       c)  $\mathbb{R}$   
 d)  $\mathbb{R} - \{2\}$       e)  $\mathbb{R} - \{-2\}$

4. Hallar el dominio de la función "f" definida por:

$$y = f(x) = x + 5$$

en el conjunto  $\mathbb{Z}$ .

- a)  $\mathbb{R}$       b)  $\mathbb{Z}$       c)  $\mathbb{R} - \{5\}$   
 d)  $\mathbb{Z} - \{5\}$       e)  $\mathbb{Z} - \{-5\}$

5. ¿Cuál es el rango de la función:

$$F = \{(1; 3), (2; 5), (1; a - 1), (2; b + 2), (a; b), (2b; a)\}?$$

Señale la suma de sus elementos.

- a) 10      b) 12      c) 14  
 d) 16      e) 18

6. El dominio de la función:  $F(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$

- a)  $[-1; 0]$       b)  $[0; 1]$       c)  $[0; 2]$   
 d)  $[-2; 0]$       e)  $[-1; 1]$

7. Si:  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  y  $x \in \langle -1; 4 \rangle$

Hallar el dominio.

- a)  $\mathbb{R}$       b)  $\mathbb{R}^+$       c)  $[-1; 4]$   
 d)  $\langle -1; +\infty \rangle$       e)  $\langle -1; 4 \rangle$

8. Hallar el rango en:  $N_{(x)} = \frac{3x+2}{x+4}$

- a)  $y \in \mathbb{R} - \{4\}$       b)  $y \in \mathbb{R} - \{-4\}$       c)  $y \in \mathbb{R}$   
 d)  $y \in \mathbb{R} - \{3\}$       e)  $y \in \mathbb{R} - \{-3\}$

9. Hallar el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$$

- a)  $\mathbb{R}^+$       b)  $\mathbb{R}^-$       c)  $\mathbb{R}$   
 d)  $\mathbb{R} - \{1\}$       e)  $\mathbb{R} - \{-1\}$

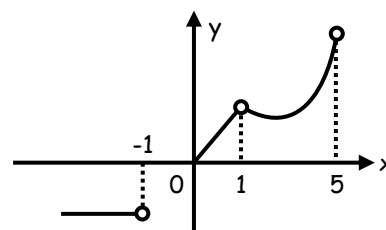
### BLOQUE II

1. Hallar el dominio, si:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

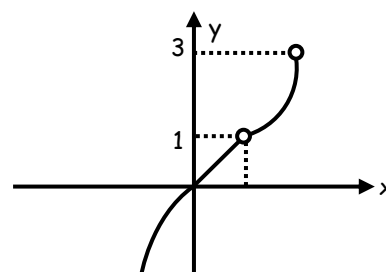
- a)  $\langle -1; 1 \rangle$       b)  $[-1; 1 \rangle$       c)  $\langle -1; 1]$   
 d)  $[-1; 1]$       e)  $\mathbb{R}$

2. Sea la función, hallar el dominio de la función:



- a)  $\langle -\infty; 5 \rangle$       d)  $\langle -\infty; -1 \rangle \cup [0; 5 \rangle$   
 b)  $\langle -\infty; 5 \rangle - \{1\}$       e) N.A.  
 c)  $\langle -\infty; 1 \rangle \cup [0; 5 \rangle - \{1\}$

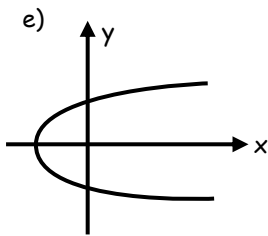
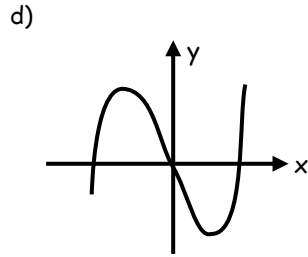
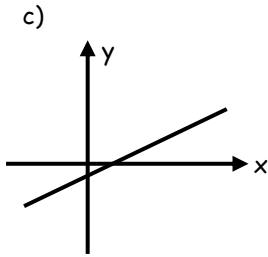
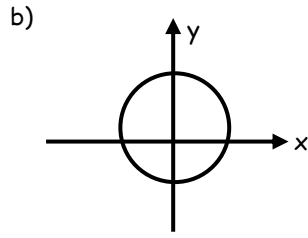
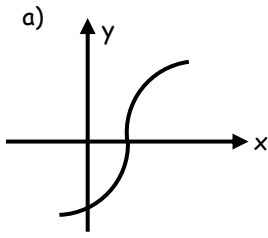
3. Hallar el rango de la siguiente función:



- a)  $\langle -\infty; 3 \rangle$       b)  $\langle -\infty; 0 \rangle$       c)  $\langle -\infty; 3 \rangle$   
 d)  $\langle -\infty; 2 \rangle$       e) N.A.

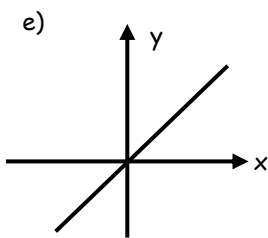
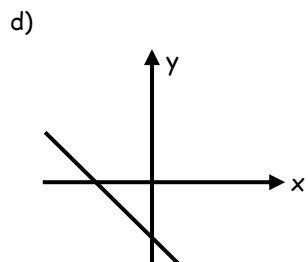
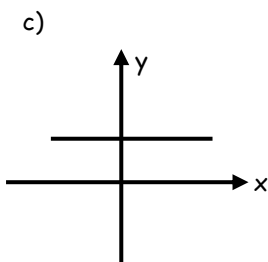
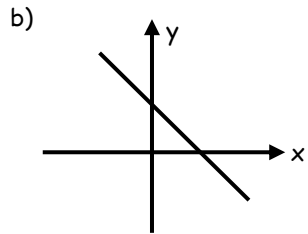
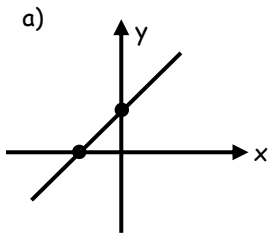
4. Hallar la gráfica de:

$$y = f(x) = 5x$$



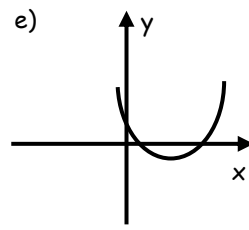
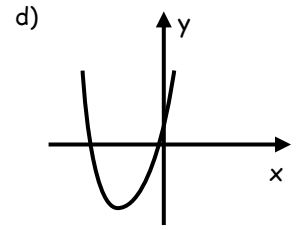
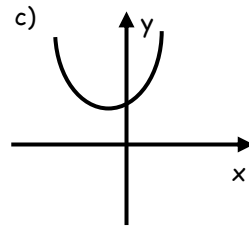
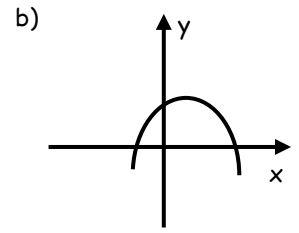
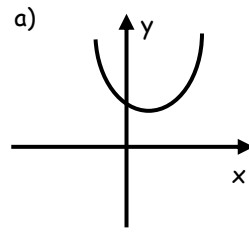
5. Graficar:

$$y = f(x) = 5x + 1$$



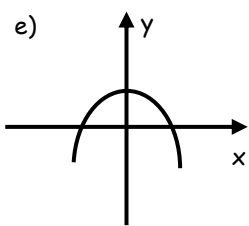
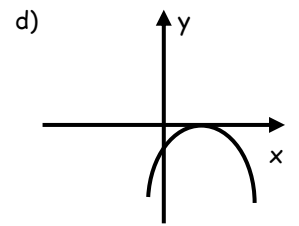
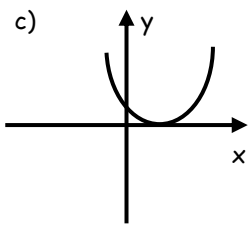
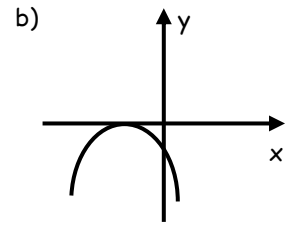
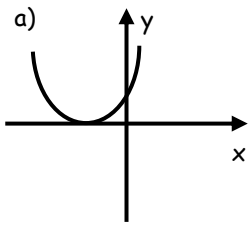
6. Graficar:

$$F(x) = (x + 3)^2 - 5$$



7. Graficar:

$$F(x) = 10x - x^2 - 25$$



**BLOQUE III**

1. Hallar el dominio de la función:  $f(x) = |x - 2| + 1$

- a)  $\mathbb{R} - \{1\}$       b)  $\mathbb{R} - \{2\}$       c)  $\mathbb{R} - \{-1\}$   
 d)  $\mathbb{R} - \{-2\}$       e)  $\mathbb{R}$

2. Hallar el rango de la función:

$$f(x) = -|x + 4|$$

- a)  $[0; 4]$       b)  $<-\infty; 0]$       c)  $\mathbb{R}^+$   
 d)  $\mathbb{R}$       e)  $<-\infty; -1]$

3. Hallar el rango de la función:

$$f(x) = 3x^2 + 12x + 20$$

- a)  $[2; +\infty>$       b)  $[-4; +\infty>$       c)  $[6; +\infty>$   
 d)  $[8; +\infty>$       e)  $[10; +\infty>$

4. Hallar el dominio de la función:

$$f(x) = -2x^2 - 6x + 11$$

- a)  $<-\infty; +\infty>$       b)  $<-\infty; 0>$       c)  $<0; +\infty>$   
 d)  $\mathbb{R} - \{2\}$       e)  $\mathbb{R} - \{-2\}$

5. Hallar el rango de la función:

$$f(x) = -4x^2 - 8x - 9$$

- a)  $<-\infty; -1]$       b)  $<-\infty; -2]$       c)  $<-\infty; -3]$   
 d)  $<-\infty; -4]$       e)  $<-\infty; -5]$

6. Hallar el dominio de la función:

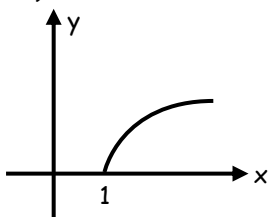
$$f(x) = -3x^2 - 2x + 5; \quad x \in [-2; 3>$$

- a)  $[-2; 3>$       b)  $[-2; 2>$       c)  $<-2; 3]$   
 d)  $[0; 3>$       e)  $<-1; 6>$

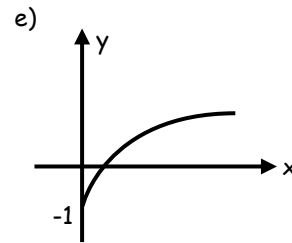
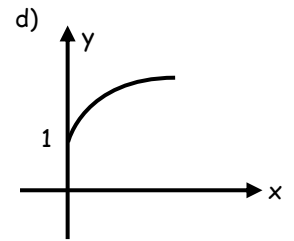
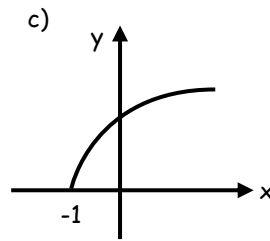
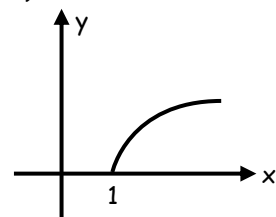
7. Graficar:

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

a)

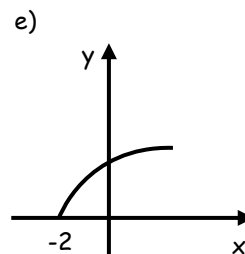
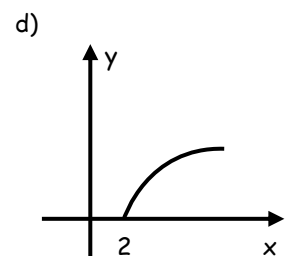
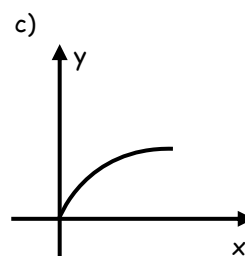
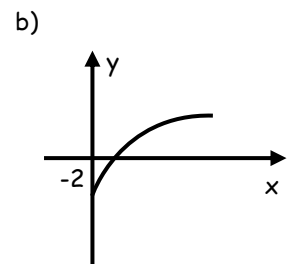
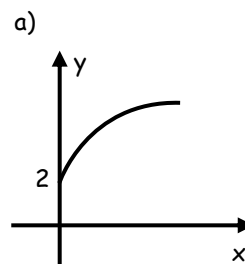


b)



8. Graficar:

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$



## TAREA DOMICILIARIA N° 6 - 7

1. Hallar el dominio y rango de:

a)  $f = \{(3; 2), (5; 4), (2; 8), (1; 2)\}$

b)  $f = \{(3; b), (5; 2), (3; m+1), (3; 7)\}$

c)  $f = \{(5; 4), (5; 4), (3; 1), (3; 1)\}$

d)  $f = \{(2; 3), (3; 2), (5; 3), (6; 2)\}$

e)  $f = \{(1; b), (1; m), (2; 1), (1; 2)\}$

2. Hallar el rango de la función "f" definida en R por:

$$f_{(x)} = 3 - \frac{x}{2}$$

- a) R                      b)  $R^-$                       c)  $R^+$   
 d)  $R - \{2\}$                       e)  $R - \{-2\}$

3. Hallar el dominio de la función "f" definida por:

$$y = f(x) = x + 5$$

en el conjunto N.

- a)  $\{0; 2; 3; 4; \dots\}$                       d)  $\{2; 4; 6; \dots\}$   
 b)  $\{0; 1; 2; 3; \dots\}$                       e)  $\{3; 5; 7; \dots\}$   
 c)  $\{2; 3; 4; \dots\}$

4. Reconocer el rango de la función:

$$f = \{(2; a), (2; 3a - 4), (3; a - 1), (4; a^2)\}$$

- a)  $\{3; 6; 9\}$                       b)  $\{1; 2; 4\}$                       c)  $\{0; 2; 4\}$   
 d)  $\{3; 5; 7\}$                       e)  $\{2; 4; 6\}$

5. Si:  $f_{(x)} = \sqrt{x-2} + x$

Calcular el dominio de dicha función.

- a)  $\langle 2; +\infty \rangle$                       b)  $[-2; 2]$                       c)  $[-2; +\infty \rangle$   
 d)  $[2; +\infty \rangle$                       e)  $\langle -\infty; 2]$

6. Hallar el dominio de una función "f" cuya regla de correspondencia es:

$$f_{(x)} = \sqrt{5-x} + 3\sqrt{x-1}$$

Indicar como respuesta la cantidad de valores que toma "x".

- a) 3                      b) 4                      c) 5  
 d) 6                      e) 7

7. Hallar el rango en:

$$M_{(x)} = \frac{x+2}{x+8}$$

- a)  $y \in R - \{8\}$                       b)  $y \in R - \{-8\}$                       c)  $y \in R^+$   
 d)  $y \in R^-$                       e)  $y \in R - \{1\}$

8. Hallar el rango de f(x)

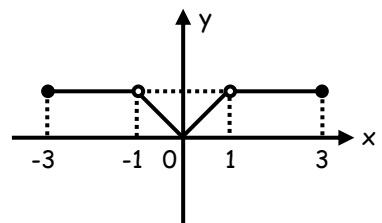
Si:  $x = 2, 3, 4$

$$f_{(x)} = \frac{x+1}{x-1}, \text{ dar el máximo valor de rango.}$$

- a) 2                      b) 3                      c)  
 d) 5/3                      e) 5

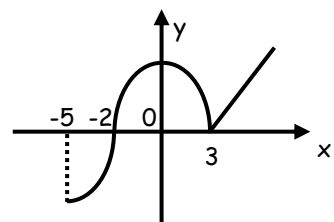
9. Hallar el rango de la función:

- a)  $[-3; 3]$   
 b)  $[-1; 1]$   
 c)  $\langle -1; 1 \rangle$   
 d)  $[0; 2 \rangle$   
 e) N.A.



10. Hallar el dominio de la siguiente función:

- a)  $[-5; 3 \rangle$   
 b)  $[-5; 0 \rangle$   
 c)  $\langle -5; 0 \rangle$   
 d)  $[5; 0 \rangle$   
 e)  $[-5; \infty \rangle$



11. Hallar el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{x-5} + \sqrt{5-x}$$

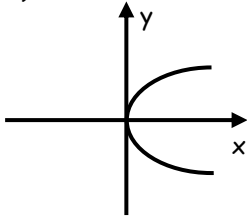
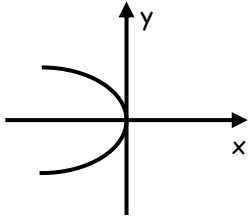
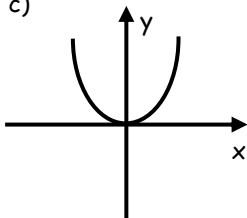
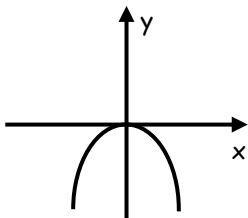
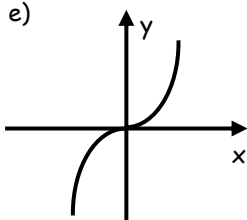
- a)  $x \geq 5$       b) 5      c)  $x \leq 5$   
 d)  $x \geq 0$       e)  $x \leq 0$

12. Hallar el dominio de la siguiente función:

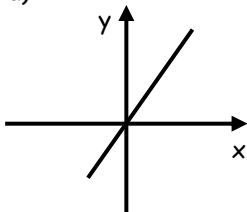
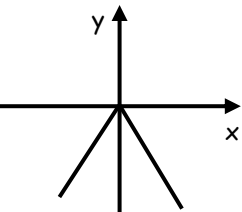
$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$$

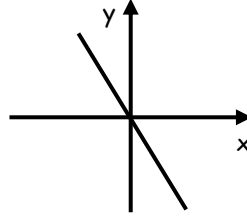
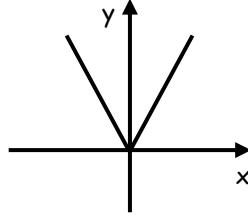
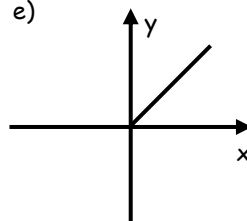
- a)  $\langle -\infty; -2 \rangle [1; \infty \rangle$     b)  $\langle -2; 1 \rangle$       c)  $[-2; 1]$   
 d)  $[0; \infty \rangle$       e)  $\langle -2; 1 \rangle \cup \langle 3; \infty \rangle$

13. Graficar:  $F(x) = -x^2$

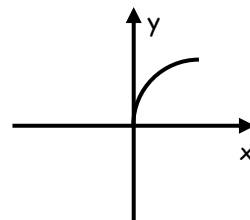
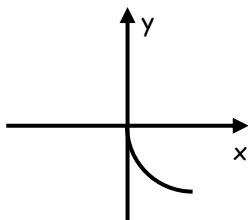
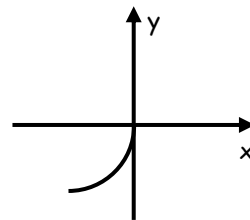
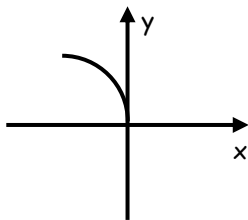
- a)       b)   
 c)       d)   
 e) 

14. Graficar:  $F(x) = -|x|$

- a)       b) 

- c)       d)   
 e) 

15. Graficar:  $F(x) = -\sqrt{x}$

- a)       b)   
 c)       d)   
 e) 