

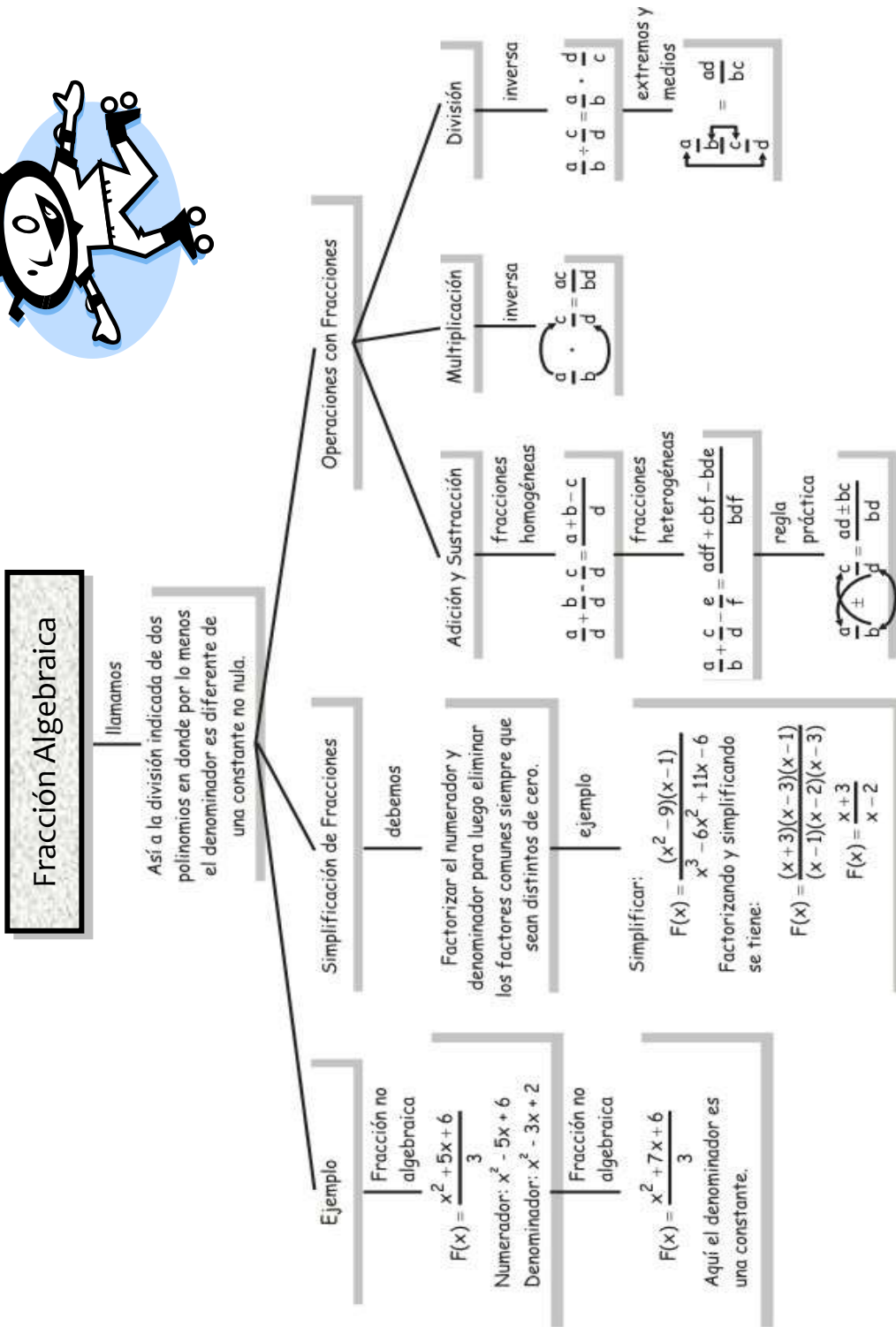
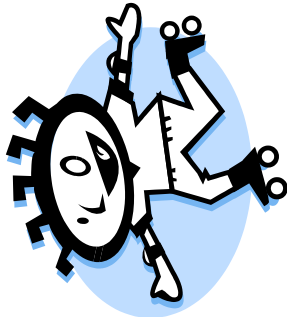


RECURSOS DIDÁCTICOS

CUARTO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

FRACCIÓN ALGEBRAICA



Ejercicios Resueltos

1. Reducir:

$$E = \frac{\frac{y^2 - 1}{y + 1}}{1 - \frac{y + 1}{2}}$$



Solución:

Usando Productos Notables

$$E = \frac{\frac{(y+1)(y-1)}{(y+1)}}{\frac{(2-y-1)}{2}}$$

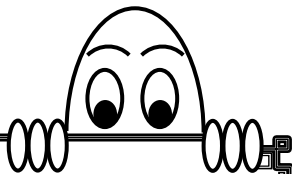
Medios y Extremos

Luego: $E = \frac{(y-1)2}{1-y}$

$$E = -\frac{(1-y)(2)}{(1-y)}$$

$E = -2$

Teorema



Si la fracción:

$$F(x; y) = \frac{ax^2 + bxy + cy^2}{nx^2 + mxy + py^2}$$

Es independiente de "x" e "y" o tiene un valor constante para todos los valores reales "x" e "y". Entonces:

$$\frac{a}{n} = \frac{b}{m} = \frac{c}{p}$$

2. Si la fracción:

$$\frac{2x^2 + (m+1)xy + 10y^2}{3x^2 + 6xy + (n-5)y^2}$$

es independiente de "x" e "y"

Calcular: "m - n"

Solución:

Utilizando el teorema se tiene:

$$\begin{matrix} \frac{2}{3} = \frac{m+1}{6} = \frac{10}{n-5} \\ \text{I} \quad \text{II} \quad \text{III} \end{matrix}$$

De I y II:

$$\frac{2}{3} = \frac{m+1}{6} \rightarrow m = 3$$

De I y III:

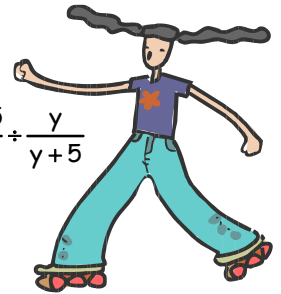
$$\frac{2}{3} = \frac{10}{n-5} \rightarrow n = 20$$

Piden calcular:

$$m - n = -17$$

3. Efectuar:

$$\frac{2y^2 - 13y + 15}{y^2 - 25} \div \frac{y}{y+5}$$



Solución:

$$\begin{matrix} 2y & \times & -3 \\ y & \times & -5 \end{matrix}$$

$$\frac{2y^2 - 13y + 15}{(y+5)(y-5)} \div \frac{y}{y+5}$$

$$\frac{(2y-3)(y-5)}{(y+5)(y-5)} \div \frac{y}{y+5}$$

Simplificando queda:

$$\frac{2y-3}{y+5} \div \frac{y}{y+5}$$

$$\frac{2y-3}{y+5} \rightarrow \frac{(2y-3)(y+5)}{(y+5)y}$$

Finalmente que: $\frac{2y-3}{y}$

4. Efectuar:

$$\frac{3}{2x-4} - \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$$

Solución:

La expresión dada se puede escribir en la forma:

$$\frac{3}{2(x-2)} - \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2(x-2)(x+2)}$$

El MCM es pues: $2(x-2)(x+2)$, de modo que se puede escribir:

$$\frac{3(x+2) - 2(x-2) - (x+10)}{2(x-2)(x+2)}$$

efectuando las operaciones indicadas en el numerador.

$$\frac{3x+6-2x+4-x-10}{2(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{0}{2(x-2)(x+2)}$$

Luego la fracción es nula, es decir "0".



5. Hallar el resultado de:

$$\frac{x+2}{3x-1} + \frac{x+1}{3-2x} + \frac{4x^2+6x+3}{6x^2-11x+3}$$

Solución:

La operación propuesta equivale a esta otra:

$$\frac{x+2}{3x-1} - \frac{x+1}{2x-3} + \frac{4x^2+6x+3}{(2x-3)(3x-1)}$$

Dando un común denominador, se tiene:

$$\frac{(x+2)(2x-3) - (x+1)(3x-1) + 4x^2 + 6x + 3}{(2x-3)(3x-1)}$$

efectuando y reduciendo:

$$\frac{3x^2 + 5x - 2}{(2x-3)(3x-1)}$$

factorizando el numerador:

$$\frac{(3x-1)(x+2)}{(2x-3)(3x-1)}$$

simplificada se convierte en: $\frac{x+2}{2x-3}$

6. Realizar la siguiente operación:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{a + \frac{1}{b}}} - \frac{2ab + a(1+ab) + 1}{1 + (a+1)b}$$

Solución:

Transformando la fracción compleja, la operación se reduce a:

$$\frac{ab+1}{ab+b+1} - \frac{2ab+a(1+ab)+1}{1+(a+1)b}$$

De la cual resulta:

$$-\frac{a(ab+b+1)}{ab+b+1}$$

Simplificando queda: -a



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Simplificar:

$$\frac{a^2 - ax}{a^2 - x^2}$$

- a) $1 + \frac{a}{x}$ b) $1 - \frac{a}{x}$ c) $\frac{a}{a+x}$
 d) 1 e) $a+x$

2. Efectuar:

$$\frac{ab+b^2}{ab+a^2} + \frac{ab-b^2}{a^2-ab}$$

- a) $\frac{2b}{a}$ b) $\frac{b}{2a}$ c) $\frac{b}{a}$
 d) b e) a

3. Efectuar:

$$\frac{x-2}{4} - \frac{x+2}{6}$$

- a) $\frac{x+2}{6}$ b) $\frac{x-10}{12}$ c) $\frac{5x+4}{2}$
 d) $\frac{x+6}{2}$ e) $-\frac{2x}{0,1}$

4. Simplificar:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 8}$$

- a) $\frac{x+1}{x-1}$ b) $\frac{x+2}{x-3}$ c) $\frac{x-3}{x+4}$
 d) x e) 1

5. Reducir:

$$\frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 - a - 2} + \frac{a^2 + a - 20}{a^2 - 3a - 4}$$

- a) $\frac{2}{a+1}$ b) $\frac{2}{a-3}$ c) $\frac{a+2}{a+1}$
 d) 3 e) 2

6. Efectuar:

$$M = \frac{x^2}{x+1} - \frac{2x^3}{x^2-1} + \frac{x^2}{x-1}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) x e) $\frac{x}{2}$

7. Reducir: $\frac{x^3}{x-1} + \frac{1}{1-x} - \frac{x^2}{x+1} + \frac{1}{1+x}$

- a) $x^2 + 1$ b) $x^2 + 2$ c) $x^2 + 3$
 d) $x^2 + 4$ e) $x^2 + 5$

8. Simplificar:

$$\left[a + \frac{ab}{a-b} \right] \left[1 - \frac{b^2}{a^2} \right]$$

- a) $a - b$ b) a c) ab
 d) $a + b$ e) $a^2 + b$

9. Efectuar: $\frac{a^3 - a^2b}{(a-b)^2} - \frac{a^3 + b^3}{a^2 - b^2}$

- a) $-a$ b) $-b$ c) a
 d) b e) 1

10. Si: $\frac{3x+2}{x^2-x-20} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+4}$

Hallar: $A + B$

- a) 8 b) 4 c) -6
 d) 12 e) N.A.

11. Si la fracción: $\frac{2x+my}{4x+3y}$

es independiente de "x" e "y", hallar "m"

- a) 6 b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{2}$
 d) 4 e) 1

12. Si: $M = \frac{(a^{-2} - b^{-2})^{-1}}{(a^{-1} + b^{-1})^{-1}}$

$$N = \frac{(a^{-1} - b^{-1})^{-1}}{(a^{-2} - b^{-2})^{-1}}$$

Hallar: "MN"

- a) $\frac{1}{b^2 - a^2}$ b) $\frac{ab}{a^2 + b^2}$ c) $\frac{a^2 - b^2}{ab}$
 d) $\frac{a+b}{a-b}$ e) $\frac{a-b}{a-b}$

13. Muestre el producto resultante:

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x+1}\right) \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{x+n}\right)$$

- a) $\frac{x+n}{n}$ b) $\frac{x+n+1}{x}$ c) $\frac{x-n}{n}$
 d) $\frac{x-n+1}{x}$ e) N.A.

14. Reducir:

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{x}{y}}}$$

- a) $\frac{x}{y}$ b) $\frac{y}{x}$ c) y
 d) $1 - x$ e) $\frac{x-y}{y}$

15. Calcular la suma de la serie de Stirling mostrada:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n^2 + n}$$

- a) $\frac{n}{n-1}$ b) $\frac{n}{n+1}$ c) $\frac{n-1}{n-2}$
 d) $\frac{n+1}{n+2}$ e) N.A.

TAREA DOMICILIARIA N° 1

1. Reducir: $\frac{ab+b^2}{mb+nb^2} + \frac{-a-b}{m+nb}$

- a) 1 b) 2 c) 0
 d) 3 e) -1

2. Reducir: $M = \frac{ab-b^2}{ab-a^2} - \frac{ab-b^2}{a^2-ab}$

- a) $\frac{2b}{a}$ b) $\frac{b}{2a}$ c) $\frac{b}{a}$
 d) b e) N.A.

3. Reducir: $\frac{2x^2 - 10x}{x^2 - 25} + \frac{x^2 + 16x + 15}{x^2 + 6x + 5}$
 a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) N.A.

4. Efectuar: $\frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 - x - 1} + \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 5x + 2}$
 a) $\frac{2x}{x-1}$ b) 2 c) x
 d) 1 e) 0

5. Reducir: $\left(\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3}\right) \div \left(\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + 6x + 9}\right)$
 a) $\frac{x+5}{x-3}$ b) $\frac{x-2}{x+1}$ c) $\frac{x-3}{x}$
 d) x e) N.A.

6. Simplificar: $E = \left(1 - \frac{x}{x+a}\right) \left(1 + \frac{x}{a}\right)$
 a) $\frac{1}{a}$ b) $\frac{1}{x}$ c) a
 d) 1 e) $\frac{2}{a}$

7. Reducir: $A = \frac{m^3}{m-1} - \frac{m^2}{m+1} - \frac{1}{m-1} + \frac{1}{m+1}$
 a) m + 2 b) m² + 2 c) m - 2
 d) m² + 1 e) m²

8. Reducir: $b - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-b}}}$
 a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) 4

9. Si: $\frac{5x+1}{x^2+x-2} = \frac{M}{x+2} + \frac{N}{x-1}$
 Hallar: "M + N"
 a) 1 b) -3 c) -2
 d) 5 e) 3

10. Si la fracción: $F(x,y) = \frac{mx + 12y}{4x - 6y}$
 es independiente de "x" e "y". Calcular: "m"
 a) 12 b) 8 c) -8
 d) -6 e) -12

