



RECURSOS DIDÁCTICOS

CUARTO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

M.C.D. y M.C.M.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

(M.C.D.)

El máximo común divisor de dos o más expresiones algebraicas es otra expresión algebraica entera de mayor coeficiente numérico y mayor grado que divide exactamente a cada una de ellas.



Ejemplo:

- Divisores de 24

①, ②, ③, ⑥, 8, 12, 24

- Divisores de 30

①, ②, ③, 5, ⑥, 10, 15, 30

M.C.D. (24, 30) = 6

Para calcular el M.C.D. se factorizan estas expresiones y el M.C.D. estará formado por los factores comunes con su menor exponente.

Ejemplo:

- $A = (x + 3)^3(x - 2)^2(x + 4)^5$
- $B = (x - 5)^2(x + 3)^2(x + 4)^6$

$$\text{M.C.D.}(A; B) = (x + 3)^2(x + 4)^5$$



MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

(M.C.M.)

El mínimo común múltiplo de dos o más expresiones algebraicas es otra expresión algebraica entera de menor coeficiente numérico y de menor grado que es divisible exactamente entre cada una de las expresiones dadas.

Ejemplo:

- Múltiplos de 5

5, 10, 15, 20, 25, ③0, 35, 40,

- Múltiplos de 6

6, 12, 18, 24, ③0, 36, 42,

M.C.M. (5, 6) = 30

Para calcular el M.C.M. se factorizan estas expresiones y el M.C.M. se formará con los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

$$A = (x - 2)^4(x + 3)^2(x + 5)^3$$

$$B = (x - 2)^3(x + 3)^4$$

$$\text{M.C.M.}(A; B) = (x - 2)^4(x + 3)^4(x + 5)^3$$



Propiedades

- Si dos o más expresiones son primas entre si, su M.C.D. es la unidad y su M.C.M. el producto de ellas.

Ejemplo:

- $A = 14 : 2 \cdot 7$
 $B = 15 : 3 \cdot 5$

$$\text{M.C.M.}(A, B) = \underbrace{2 \times 7}_{A} \times \underbrace{3 \times 5}_{B}$$

$$= A \times B$$

M.C.M. (A; B) = A x B

- $A = 1, 2, 7, 14$
 $B = 1, 3, 5, 15$

M.C.D. (A; B) = 1

2. Dadas dos expresiones algebraicas A y B, su M.C.D. por su M.C.M. es igual al producto de A x B.

Ejemplo:

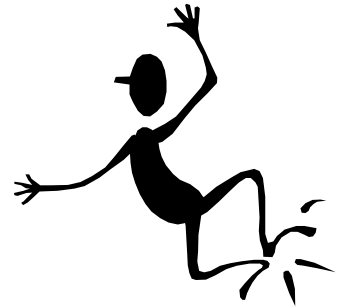
$A = 2 : 2$

$B = 4 : 2^2$

$\text{M.C.D.}(A, B) = 2$

$\text{M.C.M.}(A, B) = 2^2$

$\text{M.C.D.}(A, B) \times \text{M.C.M.}(A, B) = 2.4$



M.C.D.(A, B) x M.C.M.(A, B) = A x B

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Indicar el M.C.D. de:

$A = (x + 3)^4 (x + 5)^6$

$B = (x + 5)^2 (x + 3)^8$

a) $(x + 3)^2$

d) $(x + 3)(x + 5)$

b) $(x + 5)^2$

e) $(x + 5)^6 (x + 3)^8$

c) $(x + 3)^4 (x + 5)^2$

2. Indicar el M.C.M. de:

$A = x^3 y^4 z^6$

$B = x^5 y^2 z^4$

a) xyz

b) $x^3 y^2 z^4$

c) $x^5 y^4 z^6$

d) $x^4 y^2 z$

e) N.A.

3. Hallar el M.C.D de:

$A = x^2 - y^2$

$B = x^2 - 2xy + y^2$

a) x^2

b) y^2

c) $x + y$

d) $x - y$

e) xy

4. Hallar el M.C.M. en:

$A = x^2 - y^2$

$B = x^2 + 2xy + y^2$

a) $x^2 + y^2$

b) $x^2 - y^2$

c) $(x - y)^2$

d) $(x + y)^2$

e) $(x - y)(x + y)^2$

5. Si el M.C.D. de:

$A = 6x^{m+1} y^{n-2}$

$B = 4x^{m+3} y^{n-4}$

Es: $px^4 y^2$

Calcular: $m \cdot n \cdot p$

a) 12

b) 36

c) 24

d) 18

e) 46

6. Si el M.C.M. de:

$A = 6x^{m-5} y^{n+3}$

$B = 4x^{m-1} y^{n+1}$

Es: $px^4 y^4$

Calcular: $m \cdot n \cdot p$

a) 60

b) 36

c) 24

d) 18

e) 72

7. Siendo:

$A(x) = x^2 + 3x - 10$

$B(x) = x^4 - 25x^2$

$C(x) = x^3 + 4x^2 - 5x$

Hallar el M.C.D. (A, B, C)

a) $x - 2$

b) $x - 1$

c) $x + 5$

d) x

e) $x(x - 2)$

8. Encontrar el M.C.D de los polinomios:

I. $x^4 - 5x^2 + 4$

II. $x^3 + x^2 - 4x - 4$

III. $x^3 - 2x^2 - x + 2$

a) $x^2 - x - 1$

d) $x^2 + x + 2$

b) $x^2 + x - 1$

e) $x - 1$

c) $x^2 - x - 2$

9. Si el M.C.D. de los polinomios:

$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - m$

$Q(x) = x^3 + 2x^2 - x - n$ es $(x - 1)$

Calcular: "m + n"

a) -8

b) 8

c) 4

d) 6

e) 2

10. El cociente de los polinomios es "2x" y el producto de su M.C.M. por su M.C.D. es $2x^3(x+y)^2$, entonces uno de los polinomios es:

a) $x^2 + xy$

b) $xy + y^2$

c) $(x + y)^2$

d) $(x + y)$

e) $2x + 2y$

11. Se tiene "n" polinomios cuyo M. C. D. es $x^2 + 2x - 3$ si uno de los polinomios es $P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 + Ax + B$ entonces A + B es:

a) No se puede

b) 33

c) -3

d) 12

e) -6

12. El producto del M.C.M. por el M.C.D. de dos polinomios es $x^4 + 7x^3 + 12x^2$, si uno de los polinomios es $x^3 + 3x^2$ entonces el otro polinomio será:

a) $x + 2$

b) $x + 4$

c) $x^2 + 4x$

d) $x^2 + 3x$

e) N.A.

13. Sabiendo que P(x) y Q(x) son polinomios con coeficientes principales unitarios de tercer grado y cuyo M.C.D. es $(x^2 - n^2)$ además con los datos:

$R(0) = 2n^3, Q(0) = 0; Q(3) = 120$

Calcular el valor de:

$$E = \frac{M.C.M.}{M.C.D.}$$

a) $x^2 - 7x + 6$

b) $x^2 + 14x$

c) $x^2 - 7x$

d) $x^2 + 7x$

e) $x^2 + 28x$

14. El M.C.D. y el M.C.M. de dos polinomios son: $(x^2 + 3x + 2)$ y $(x^4 + 11x^3 + 41x^2 + 61x + 30)$ respectivamente. Si uno de los polinomios es $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$. Hallar la suma de coeficientes del otro polinomio.

a) 8

b) 6

c) 12

d) 24

e) 36

15. Hallar el M.C.D. de:

$A = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 4$

$B = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

a) $x - 2$

d) $(x - 1)(2x^2 - x + 2)$

b) $2x^2 - x + 2$

e) $x - 1$

c) $(x - 1)(x - 2)$

TAREA DOMICILIARIA N° 5

1. Hallar el M.C.D. de los polinomios:

$P(x; y; z) \equiv 6xy^4z$

$Q(x; y; z) \equiv 3x^2y^2$

$R(x; y; z) \equiv 15x^3y^3z^5$

a) $3xy$

b) $3x^2y$

c) $30x^3y^4z^5$

d) $3xy^2$

e) $3xyz$

2. Si el M.C.D. de los monomios:

$F(x; y; z) \equiv 12x^5y^5z^2$

$G(x; y; z) \equiv 16x^3y^6z^3$

$H(x; y; z) \equiv 20x^4y^7$ es:

$kx^m y^n z^p$, según ello calcular $k + m + n + p$

a) 13

b) 18

c) 21

d) 10

e) 12

3. Hallar el M.C.M. de los monomios:

$P(x; y; z) \equiv 4x^2y^6z^3$

$Q(x; y; z) \equiv 2x^4y^3z$

$R(x; y; z) \equiv 6x^3y^4z^2$

a) $12x^4y^6z$

b) $12x^4y^6z^3$

c) $6x^4y^2z^3$

d) $2x^2y^3z$

e) $2x^2y^2z$

4. Si el M.C.M. de los monomios:

$A(x; y; z) \equiv 8x^4y^2z^3$

$B(x; y; z) \equiv 10x^2y^5$

$C(x; y; z) \equiv 15x^3y^3z^2$ es:

$px^a y^b z^c$, según ello calcular: $\frac{p}{a+b+c}$

- a) 10 b) 9 c) 8
d) 7 e) 6

5. Hallar el M.C.M. de los monomios:

$$A(x) \equiv x^4 + x^2 + 1$$

$$B(x) \equiv x^6 - 1$$

$$C(x) \equiv x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

E indicar su grado absoluto.

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

6. Hallar el M.C.D. de los polinomios:

$$P(a; b) \equiv a^4 + a^2 b^2 + b^4$$

$$Q(a; b) \equiv a^6 - b^6$$

$$R(a; b) \equiv a^4 - a^3 b + ab^3 - b^4$$

E indicar la suma de sus coeficientes:

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Hallar el M.C.M. de los polinomios:

$$P(x) \equiv x^3 - 6x^2 + 5x + 12$$

$$Q(x) \equiv x^4 - 9x^2$$

$$R(x) \equiv x^3 - 4x^2 + x + 6$$

E indicar la suma de sus coeficientes.

- a) 48 b) 36 c) -36
d) -48 e) 0

8. Se tienen dos polinomios $P(x)$ y $Q(x)$ de cuarto y tercer grado respectivamente. Si al hallar su M.C.M. resulta de quinto grado, entonces su M.C.D. es de Grado.

- a) Primero b) Segundo c) Tercer
d) Quinto e) No se sabe

9. Si: $F(x)$ es el M.C.D. de los polinomios:

$$P(x) \equiv 12x^2(x+1)^3(x-1)^3$$

$$Q(x) \equiv 6x(x+1)^2(x+2)$$

$$R(x) \equiv 8x^2(x+1)^2(x+3)^2$$

Hallar el valor de: $F(5)$

- a) 300 b) 480 c) 240
d) 120 e) 300

10. Si: $F(a, b)$ es el M.C.M. de los polinomios:

$$P(a; b) \equiv (a+b)^2 + (a-b)^2$$

$$Q(a; b) \equiv (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$R(a; b) \equiv (2a+b)(2a-b) + 5b^2$$

Indicar el valor de:

$$E = F(-2; -1)$$

- a) 20 b) -40 c) 80
d) 40 e) -20

11. Sabiendo que el M.C.D. de los polinomios:

$$2x^3 - x^2 + 3x + m \text{ y } x^3 + x^2 + n \text{ es } x^2 - x + 2.$$

El valor de $(m+n)$ es:

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 9 e) 10

12. El producto de dos expresiones es $(x^2 - 1)^2$ y el cociente de su M.C.M. y su M.C.D. es $(x - 1)^2$. El M.C.D es:

- a) $x^2 - 1$ b) $x^2 + 1$ c) $x - 1$
d) $x + 1$ e) $(x + 1)^2$

13. El M.C.D. de los siguientes polinomios:

$$A = x^5 + 3x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 8x + 5$$

$$B = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5 \text{ es:}$$

- a) $x^2 + x + 5$ d) $x^2 - x + 1$
b) $x^3 + x + 1$ e) $x^2 - 3x + 5$
c) $x^2 + 3x + 5$

14. Si el M.C.M. de "n" polinomio es:

$$x^4 + 7x^3 - Ax^2 + Bx + 36$$

Calcular: $A + B$, sabiendo que uno de los polinomios es: $x^2 - 2x - A$

- a) 16 b) -20 c) -18
d) -16 e) 14

15. Si el M.C.D. de:

$$P(x) = x^3 + ax^2 + (a+b)x + b$$

$$Q(x) = x^3 + cx^2 + (c+d)x + d$$

Es un cuadrado perfecto; entonces podemos afirmar que:

- a) $a + b = c + d$ d) $a + b + c + d = 0$
b) $a + c = b + d$ e) $a + 2b = c + 2d$
c) $a + d = b + c$

