



# RECURSOS DIDÁCTICOS

CUARTO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

## PROPIEDADES DE LAS DETERMINANTES

1. Para toda matriz  $A$  se tiene :  $|A| = |A^t|$

Ejemplo:  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$   
 $|A| = -14$                        $|A^t| = -14$



2. El determinante de una matriz cambia de signo si dos filas (o dos columnas) se intercambian.

Ejemplos:

a)  $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 8$   
 $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8$

b)  $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ m & n & p \end{vmatrix} = 10$

entonces :  $\begin{vmatrix} m & n & p \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} = -10$

3. Si en una matriz  $A$  se tiene una fila (o columna) es múltiplo de otra fila (o columna), entonces el determinante de dicha matriz vale cero.

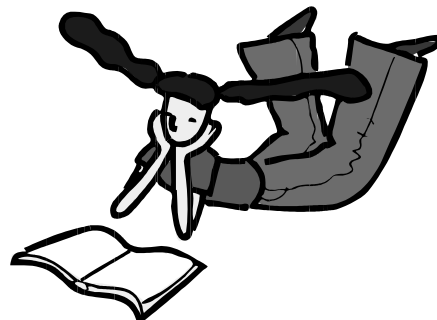
Ejemplos: a)  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & 8 \end{vmatrix} = 0$

b)  $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$

4. Si todos los elementos de una fila (o columna) están multiplicandos por un mismo número (o expresión) entonces dicho número se extrae como factor fuera del determinante.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & kc_1 \\ a_2 & b_2 & kc_2 \\ a_3 & b_3 & kc_3 \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Ejemplo:  $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 6 & 5 & 2 \\ 9 & 8 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 8 & 3 \end{vmatrix} = 0$



5. El determinante de una matriz triangular es igual al producto de los elementos de la diagonal principal.

Ejemplo:  $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = 28$

6. Si a una fila (o una columna) de una matriz se le suma el múltiplo de otra fila (o columna), el valor del determinante no varía.

Ejemplo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 8 \\ 0 & 5 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 5$$

$f_2 = 2f_1 + f_2$        $f_3 = -f_2 + f_3$       Propiedad 5  
 $f_3 = 2f_1 + f_3$



## Ejercicios de Aplicación

1. Calcular el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} \text{Sen}^2\alpha & 1 & \text{Cos}^2\alpha \\ \text{Sen}^2\beta & 1 & \text{Cos}^2\beta \\ \text{Sen}^2\gamma & 1 & \text{Cos}^2\gamma \end{vmatrix}$$

- a)  $\text{Sen}^2\alpha$       b)  $\text{Sen}^2\beta$       c)  $\text{Sen}^2\gamma$   
 d)  $\text{Sen}^2\alpha + \text{Cos}^2\beta$       e) 0

2. Calcular el siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & a+c \\ c & a & b \\ 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

- a)  $a + b$       b)  $a + c$       c)  $b + c$   
 d) 1      e) 0

3. Calcular el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 75 & 84 & 80 \\ 90 & 96 & 96 \\ 60 & 36 & 64 \end{vmatrix}$$

- a) 4780      b) 3600      c) 0  
 d) 1      e) 2496

4. Calcular el valor de:

$$A = \begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

- a)  $abc$       d)  $a^3 - b^3 - c^3$   
 b)  $(a + b + c)^3$       e)  $(a - b - c)^3$   
 c)  $a^3 + b^3 + c^3$

5. Calcular el valor :

$$B = \begin{vmatrix} (a_1 + b_1)^2 & a_1^2 + b_1^2 & a_1b_1 \\ (a_2 + b_2)^2 & a_2^2 + b_2^2 & a_2b_2 \\ (a_3 + b_3)^2 & a_3^2 + b_3^2 & a_3b_3 \end{vmatrix}$$

- a)  $a_1 + b_1$       d) 0  
 b)  $a_1 + a_2 + a_3$       e) 1  
 c)  $b_1 + b_2 + b_3$

6. Simplificar la expresión :

$$E = \frac{\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix}}{(b-c)(c-a)}$$

- a)  $b - a$       b)  $a + b$       c)  $c - b$   
 d)  $a + c$       e) 1

7. Simplificar la expresión :

$$M = \frac{\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}}{(b-a)(c-b)}$$

- a)  $c - a$       b)  $c - b$       c)  $a + c$   
 d)  $a + b$       e)  $a + b + c$

8. Hallar el valor de "m" si :

$$\begin{vmatrix} m+1 & 1 & 1 \\ 1 & m+1 & 1 \\ 1 & 1 & m+1 \end{vmatrix} = 0$$

- a) 0      b) 1      c) 2  
 d) -2      e) -3

9. Simplificar:

$$E = \begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix} + 2(x^3 + y^3)$$

- a)  $x^3$                       b) 0                      c)  $-2x^3$   
 d)  $2x^3$                       e)  $2y^3$

10. Simplificar:

$$E = \frac{\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & 2ab \\ 2ab & b^2 & a^2 \\ b^2 & 2ab & a^2 \end{vmatrix}}{(a+b)(a^2 - 2ab)(b^2 - 2ab)}$$

- a) 1                      b)  $a + b$                       c)  $2ab$   
 d) 0                      e) 2

11. Calcular:

$$E = \begin{vmatrix} 18 & 15 & 30 \\ 18 & 13 & 32 \\ 18 & 17 & 28 \end{vmatrix}$$

- a) 190                      b) 324                      c) 0  
 d) 576                      e) 280

12. Calcular el valor del siguiente determinante:

$$G = \begin{vmatrix} 22 & 45 & 28 \\ 33 & 75 & 56 \\ 44 & 150 & 105 \end{vmatrix}$$

- a) -10 395                      b) 12 935                      c) 12 305  
 d) -12 935                      e) 10 395

13. Calcular:

$$P = \begin{vmatrix} a+b & c & 4 \\ b+c & a & 4 \\ c+a & b & 4 \end{vmatrix}$$

- a) 4                      b) 1                      c) 0  
 d)  $abc$                       e)  $a + b + c$

14. Si:  $1 + w + w^2 = 0$ . Calcule el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 1 & w & w^2 \\ w & w^2 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

- a)  $x$                       b)  $x + y$                       c)  $x + z$   
 d) 1                      e) 0

15. Simplificar:

$$E = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}}{(b-a)(c-a)(c-b)}$$

- a)  $a$                       b)  $b$                       c)  $abc$   
 d)  $a + b + c$                       e)  $c$



## Tarea Domiciliaria N°4

1. Calcular el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} \tan^2 \alpha & 1 & \sec^2 \alpha \\ \tan^2 \beta & 1 & \sec^2 \beta \\ \tan^2 \gamma & 1 & \sec^2 \gamma \end{vmatrix}$$

- a)  $\sec^2 \alpha$                       b)  $\sec^2 \beta$                       c)  $\sec^2 \gamma$   
 d) 1                      e) 0

2. Calcular el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 54 & 46 & 75 \\ 126 & 69 & 175 \\ 90 & 92 & 125 \end{vmatrix}$$

- a) 3426                      b) 7210                      c) 0  
 d) 29                      e) 1800

3. Calcular el determinante de la siguiente matriz:

$$A = \begin{vmatrix} a & 1 & 0 \\ 4 & a & 4 \\ 0 & 3 & a \end{vmatrix}$$

- a)  $a^2 + 16$       b)  $a(a^2 + 16)$       c)  $a(a^2 - 16)$   
 d)  $a^3 - 16$       e)  $a^3 + 16$

4. Calcular el determinante de la siguiente matriz:

$$B = \begin{vmatrix} 1 & x+1 & x^2+x+1 \\ 2 & x+2 & x^2+2x+4 \\ 3 & x+3 & x^2+3x+9 \end{vmatrix}$$

- a) 0      b) 1      c) 2x  
 d) x      e) -2x

5. Hallar "x" si:  $\begin{vmatrix} a+x & x & x \\ x & a+x & x \\ x & x & a+x \end{vmatrix} = 0$

- a) 1      b) -a/3      c) -3a  
 d) a/3      e) 3a

6. Hallar "x" si:  $\begin{vmatrix} x+2 & 3 & 4 \\ 2 & x+3 & 4 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$

- a) 2      b) -3      c) 4  
 d) 6      e) -9

7. Calcular el valor de:  $E = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 10 \\ 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$

- a) 0      b) 1      c) 2  
 d) 3      e) 4

8. Sea la matriz  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  definida por :

$$A_{ij} = \begin{cases} i; & 1 > j \\ 1; & i = j \\ j; & i < j \end{cases}$$

Calcular:  $|A|$

- a) 15      b) 30      c) -45  
 d) -30      e) -60

9. Resolver la ecuación:  $\begin{vmatrix} 2 & -x & x \\ -x & 2 & x \\ x & -x & 2 \end{vmatrix} = 0$

Dar como respuesta la suma de sus raíces.

- a) 4      b) 2      c) 0  
 d) 3      e) 1

10. Calcular el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} -26 & 15 & 11 \\ 17 & -35 & 18 \\ 25 & 13 & -38 \end{vmatrix}$$

- a) 225      b) 324      c) 0  
 d) 729      e) 385

11. Calcular:

$$F = \begin{vmatrix} 28 & 25 & 38 \\ 42 & 38 & 65 \\ 56 & 47 & 83 \end{vmatrix}$$

- a) 560      b) 770      c) 830  
 d) 658      e) 380

12. Calcular el siguiente determinante:

$$H = \begin{vmatrix} a & 1 & bc \\ b & 1 & ac \\ c & 1 & ab \end{vmatrix}$$

- a)  $(a+b)(a+c)(b+c)$   
 b)  $(a-b)(b-c)(a-c)$   
 c)  $(a+b)(a-b)(b-c)$   
 d)  $(a-b)(b+c)(a-c)$   
 e)  $(a-b)(b-c)(a+c)$

13. Simplificar:

$$E = \frac{\begin{vmatrix} x+2 & 2x+1 & 3 \\ 2x & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}}{1-x^2}$$

- a) 2      b) 3      c) 6  
 d) 9      e) 12

14. Si:  $1 + w + w^2 = 0$ . Calcular el valor de:

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 1 & w \\ 1 & 1 & w^2 \\ w^2 & w & 1 \end{vmatrix}$$

- a) 0      b) 1      c) 2  
 d) 3      e) -3

15. Calcular el siguiente determinante:

$$M = \begin{vmatrix} 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix}$$

- a)  $a + b + c$       b)  $a + b - c$       c)  $a - b + c$   
 d) 1      e) 0