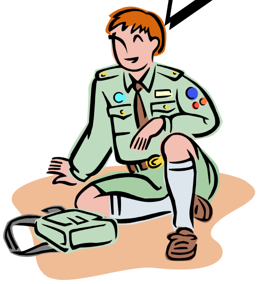
RECURSOS DIDÁCTICOS

QUINTO DE SECUNDARIA — ÁLGEBRA

MONOMIOS Y POLINOMIOS

El uso de las letras en lugar de números es necesario para generalizar expresiones o propiedades.



MONOMIO

Término algebraico cuyas variables tienen exponentes naturales e incluido el cero.

$-51xy^5z^4$ → ________________

$2x^{-3}y$ → ________________

POLINOMIOS

Suma limitada de monomios no semejantes.

$\underbrace{3x^4y - 7x^3y^4 + 2xz + z^5}$ → ________________

____

CARACTERÍSTICAS DE LAS MONOMIOS Y POLINOMIOS

Normalmente a los polinomios se les representa de la forma: P(x); Q(x); R(x); ...

1. **VALOR NUMÉRICO (VN)**

Al cambiar las variables por números en un monomio o polinomio éstos se convertirán en VN.

Ejm.: Valor numérico de $M = 4x^2y^3$

Para $x = 2$; $y = 3$

$VN(M) = 4(2)^2(3)^3 = 432$

Hallar el VN de las siguientes expresiones para $x = 1$; $y = 2$; $z = 3$

$M = 2x^3y$ = ____________

$N = 5x^2y^2z$ = ____________

$P = 3x^3 + 2y$ = ____________

2. **NOTACIÓN**

Las variables en un monomio o polinomio pueden ser expresadas en forma explícita mediante una cierta notación.

$M_{(x,\,y)}$ → Monomio de variables "x" e "y"

$P_{(x,\,y,\,z)}$ → Polinomio de variables "x, y, z"

$P_{(x-4)}$ → Polinomio de variable (x – 4)

$P_{(5)}$ → Valor numérico

El valor numérico de un polinomio $P_{(x)}$ para x = a se representa por $P_{(a)}$

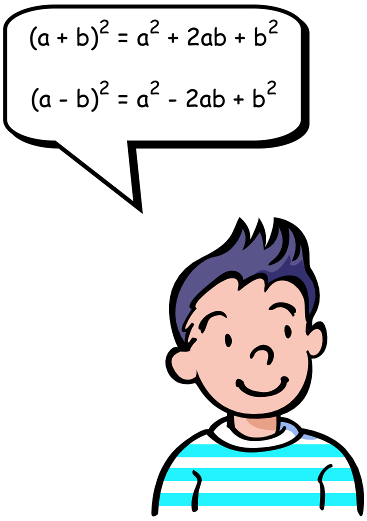
Ejm 1: Calcular el VN de:

$P(x) = x^2 + 10x - 1$ para $x = -2$

Se está pidiendo: $P_{(-2)}$

$P_{(-2)} = (-2)^2 + 10(-2) - 1$

$P_{(-2)} = -17$ (VN)



Ejm. 2: Si: $P_{(x-4)} = x^2 - x + 10$

Hallar: $P_{(3)}$

$x - 4 = 3 \Rightarrow x = 7$

$P_{(7-4)} = 7^2 - 7 + 10$

$P_{(3)} = 52$

Ejm. 3: Si: $P_{(x)} = 3x + 1$

Hallar: $P_{(x+7)}$

Colocamos (x + 7) en vez de "x"

$P_{(x+7)} = 3(x + 7) + 1$

$P_{(x+7)} = 3x + 22$ (cambio de variable)

Ejm. 4: Si: $P_{(x)} = 4x + 10$

Hallar: $P_{[P_{(x)}]}$

$P_{[P_{(x)}]} = 4P_{(x)} + 10$

$P_{[P_{(x)}]} = 4(4x + 10) + 10$

$P_{[P_{(x)}]} = 16x + 50$

Ahora Tú:

Si: $P_{(x)} = 5x^2 - 2x + 3$

Hallar: $P_{(-3)}$

Si: $P_{(x+5)} = 2x^2 + 7$

Hallar: $P_{(2)}$

Si: $P_{(x)} = 2x - 3$

Hallar: $P_{(5x + 4)}$

Si: $P_{(x)} = 2x + 3$

Hallar: $P_{[P_{(x)}]}$

3. GRADO

El grado es una característica exclusiva de los monomios y polinomios referida a los exponentes de sus variables. En consecuencia los grados no podrán ser enteros negativos. El grado puede ser:

<u>Absoluto</u>: Cuando se refiere a todas sus variables.

<u>Relativo</u>: Cuando se refiere a una variable en particular.

PARA EL MONOMIO:

El GA estará definido por la suma de los exponentes de las variables.

El GR de un monomio se refiere al exponente de una variable en particular.

Ejm.:

$$M_{(x,y)} = 4^3x^2y^5 \begin{cases} GA = 2+5 = 7 \\ GR_x = 2 \\ GR_y = 5 \end{cases} \qquad M_{(x,y)} = 2^5x^3y^7 \begin{cases} GA = \\ GR_x = \\ GR_y = \end{cases}$$

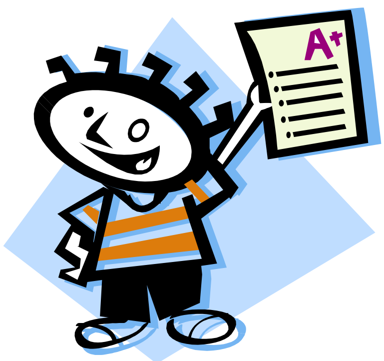
$$M_{(x,y)} = 9x^3y^7z^5 \begin{cases} GA = 3+7 = 10 \\ GR_x = 3 \\ GR_y = 7 \\ GR_z = 0 \end{cases} \qquad M_{(x,y)} = 7x^8y^4z^{10} \begin{cases} GA = \\ GR_x = \\ GR_y = \\ GR_z = \end{cases}$$

PARA EL POLINOMIO:

El GA está definido por el monomio de mayor grado.

El GR de un polinomio está definido por el mayor exponente que afecta a dicha variable.

Para el Polinomio:



$$\begin{array}{l} P_{(x,y)} = 10x^3y^9 - 7x^4y^6 + 4x^5y^8 - y^7 \\ \qquad\qquad \downarrow \qquad\quad \downarrow \qquad\quad \downarrow \qquad \downarrow \\ \qquad\qquad 12° \qquad 10° \qquad 13° \qquad 7° \end{array} \qquad \begin{cases} GA = 13 \\ GR_x = 5 \\ GR_y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} P_{(x,y)} = 2x^5y^8 - 12x^{10}y^4 + x^9y^7 + y^4 \\ \qquad\qquad \downarrow \qquad\quad \downarrow \qquad\quad \downarrow \qquad \downarrow \end{array} \qquad \begin{cases} GA = \\ GR_x = \\ GR_y = \end{cases}$$

Si el polinomio fuese de una sola variable su grado estará determinado por el máximo exponente de dicha variable.

Así: $P_{(x)} = 4x^2 - x^5 + 7x + 2x^6 - x^4 \quad \rightarrow \quad G = 6$

$P_{(x)} = 5x^7 + 2x^3 - 4x^{10} + x^2 - 9x \quad \rightarrow$

OPERACIONES CON GRADOS:

1. En la suma o resta colocamos el grado del mayor.

$$\underbrace{(x^7 - x + 1)}_{7°} + \underbrace{(x^5 - x + 1)}_{5°} - \underbrace{(x^2 - 1)}_{2°} \qquad \text{Grado} = 7$$

2. En la multiplicación los grados se suman.

$$\underbrace{(7x^2 - 1)}_{2°}\ \underbrace{(x^2 + x - 3)}_{2°}\ \underbrace{(x^{10} - x + 1)}_{10°} \qquad \text{Grado} = 2 + 2 + 10 = 14$$

3. En la división los grados se restas.

$$\frac{x^{15} - 7x^4 + x^2 + 1}{x^9 + x^2 - x + 9} \quad \begin{matrix} \rightarrow & 15° \\ \rightarrow & 9° \end{matrix} \qquad \text{Grado} = 15 - 9 = 6$$

4. En la potencia los grados se multiplican.

$$\underbrace{(x^5 + 10x - 7)^4}_{5°} \qquad \text{Grado} = 5 \times 4 = 20$$

5. En la radicación los grados se dividen.

$$\sqrt[12]{\underbrace{x^{36} + x^2 + x - 7}_{36°}} \qquad \text{Grado} = \frac{36}{12} = 3$$

Ejm.: Calcular el valor de "n" si la expresión se reduce a una de primer grado.

$$M_{(x,y)} = \sqrt[3]{\frac{x^{n-2}\sqrt[7]{x^{3n}}}{\sqrt[7]{y^{n+1}}}}$$

Por teoría:

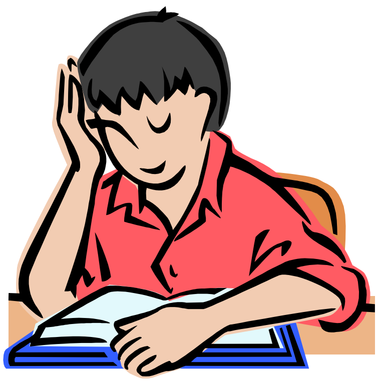
$$\text{Grado} = \frac{n-2}{3} + \frac{3n}{21} - \frac{n+1}{21} = 1$$

$$\frac{7n - 14 + 3n - n - 1}{21} = 1$$

9n - 15 = 21

9n = 36

n = 4



¡Ahora tú!

Hallar el valor de k en cada caso:

- $(x^3 + x - 3)^k$ → Grado = 21
- $(x^5 + x)(2x^k - 1)(x^4 + 3)$ → Grado = 20
- $\dfrac{(x^4 - 3)(x^6 + 1)}{(x^k + 2)(x^3 + 4)}$ → Grado = 5
- $\sqrt[4]{x^k + x^2 + 3}$ → Grado = 6

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Hallar "a + b" si los términos:
$9x^{2a+1}y^7$; $-2x^9y^{5b-3}$; son semejantes.

a) 3 b) 6 c) 7
d) 9 e) 14

2. Si: $P_{(x)} = 5x + 3$ y $Q_{(x)} = 2x + 2$
Hallar: $P_{[P(3)+Q(5)]}$

a) 150 b) 151 c) 152
d) 153 e) 154

3. Si: $P_{(x)} = 2x + m$, $P_{(4)} = 11$. Hallar: $P_{(-2)}$

a) -2 b) -1 c) 0
d) 1 e) 2

4. Dado el monomio: $M_{(x,\,y)} = (a + b)x^{2a-2}y^{3b}$
Donde: Coef (M) = $GR_{(x)}$; GA(M) = 27
Determinar: "ab"

a) 5 b) 7 c) 12
d) 35 e) 42

5. En el siguiente polinomio:
$P_{(x,\,y)} = 7x^{a+3}y^{b-2}z^{6-a} + 5x^{a+2}y^{b-3}z^{a+b}$
Donde: GR(x) – GR(y) = 3; GA(P) = 13
Calcular: "a + b"

a) 5 b) 6 c) 7
d) 11 e) 12

6. Si: $P_{(3x-2)} = 12x - 5$. Hallar: $M = P_{(x+1)} - P_{(x-1)}$

a) 7 b) -1 c) 8
d) 1 e) 10

7. Determinar el mayor grado relativo de una de sus variables.
$$P(x, y) = x^{3k-1}y^k - 2x^{2k-3}y^{2k} + x^{k-3}y^{3k}$$
Donde: GA(P) = 15

a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

8. Si: $P_{(x)} = 2x + 5$

Determinar: $A = P_{[P(m)]} + P_{[P(0)]} - P_{(2m)}$

a) 5 b) 10 c) 15
d) 20 e) 25

9. Dado el polinomio:
$$P_{(x,y)} = 2x^m y^{n-1} + 3x^{m+1}y^n + 7x^{m-2}y^{n+2} + 6x^{m+3}y^{n+1}$$
Si: GRx = 12; GA = 18
¿Cuál es el GRy?

a) 7 b) 9 c) 12
d) 5 e) 8

10. Si: $P_{(x)} = 3x^{47} - 81x^{44} + 5x - 3$
Hallar: $M = P_{(3)} + P_{(1)} - P_{(-1)}$

a) 5 b) 20 c) 28
d) 30 e) 32

11. Si: $P_{(x)} = \dfrac{x+3}{2x-1}$
Hallar: $P_{[P(x)]}$

a) 1 b) 2x c) x
d) 3x e) 8x

12. Si: $P(x) = x^2 + 2x - 3$
Hallar: $A = P_{(a+2)} - P_{(a+5)} + 6a$

a) 27 b) -27 c) 15
d) -15 e) 10

13. Si: $P_{(3x+4)} = 2(3x + 4)^4 - 9x^2 - 24x - 16$
Calcular: $P_{(2)}$

a) 20 b) 23 c) 28
d) 32 e) 34

14. ¿Cuál es el polinomio de 1er grado "P" tal que:
$P_{(0)} = 5$; $P_{(13)} = 4P_{(2)}$?

a) 2x + 1 b) 3x + 5 c) 2x + 10
d) 6x + 5 e) 9x + 5

15. En el polinomio: $P_{(2x+1)} = P_{(2x-1)} + x + 1$
Además: $P_{(3)} = 1$
Calcular: $P_{(7)}$

a) 1 b) 2^3 c) 3
d) 4 e) 5

TAREA DOMICILIARIA N° 1

1. Hallar "m + n" si los términos:
$7x^{m+3}y^{n-5}$; $\sqrt{5}x^2y$; son semejantes.

a) 3 b) 7 c) 5
d) 0 e) 2

2. Si: $f_{(x)} = 21x - 7$
$g_{(x)} = 3x^2 - 2$
Hallar: $f_{(-2)} + g_{(4)}$

a) -3 b) 3 c) 9
d) -9 e) 49

3. Si: $P_{(x)} = 5x - a$; $P_{(6)} = 26$
Hallar: $P_{(-4)}$

a) -10 b) -15 c) -20
d) -24 e) N.A.

4. Dado el monomio: $M(x, y) = 4a^bx^{2a+3b}y^{5b-a}$
Donde: $GA(M) = 10$; $GR_{(x)} = 7$
Señale su coeficiente:

a) 2 b) 4 c) 8
d) 16 e) 64

5. Dado el polinomio:
$P(x, y) = x^{a+2}y^{b-1} + x^{a+6}y^b + x^{a+4}y^{b+4}$
Donde: $GA(P) = 16$; $GR_{(x)} = 10$
Calcular: $GR_{(y)}$

a) 8 b) 6 c) 4
d) 2 e) 1

6. Si: $P_{(x)} = 4x - 3$
Hallar: $M = P_{(x+2)} - P_{(x-2)}$

a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) 18

7. Determinar el menor grado relativo de una de sus variables:
$P_{(x,y)} = x^{5a+4}y^{2a} - 2x^{4a-2}y^{3a+5} - x^{6a+1}y^{a-1}$
Donde el $GA(P) = 18$

a) 11 b) 12 c) 17
d) 19 e) 20

8. Si: $P_{(x)} = 3x^2 + 2x - 5$. Calcular: $E = P_{(2)} - P_{[P_{(1)}]}$

a) 6 b) 11 c) 15
d) 16 e) 21

9. En el siguiente polinomio:
$P(x, y) = x^ay^{b-1} + x^{a+1}y^b - x^{a-2}y^{b+2} + x^{a+3}y^{b+1}$
Donde: $GR_{(x)} = 10$; $GA(P) = 13$
Calcular: $GR_{(y)}$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

10. Si: $P_{(x)} = 2x^{99} - 64x^{94} + x - 5$
Calcular: $E = P_{(2)} + P_{(-1)} + P_{(1)}$

a) -141 b) -143 c) -72
d) -75 e) -66

11. Si: $F_{(x)} = \dfrac{x+c}{x-1}$; $x \neq 1$; $c \neq -1$
El valor de $F_{[F_{(x)}]}$ será:

a) $\dfrac{c}{x-1}$ b) $\dfrac{x}{x-1}$ c) c
d) 1 e) x

12. Si: $P_{(x)} = x^2 + x + 1$
Hallar: $M = P_{(m+1)} - P_{(m-2)} - 6m$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

13. Si: $P_{(x+2)} = 2(x+2)^3 + x^2 + 4x + 4$
Calcular: $P_{(3)}$

a) 54 b) 58 c) 62
d) 63 e) 64

14. ¿Cuál es el polinomio de primer grado "P" tal que: $P_{(2)} = 3$; $P_{(3)} = 2P_{(4)}$?

a) $P_{(x)} = -2x+1$ b) $P_{(x)} = -x + 4$ c) $P_{(x)} = x + 5$
d) $P_{(x)} = -x + 5$ e) $P_{(x)} = x + 4$

15. Dado el polinomio: $P_{(x)} = P_{(x-1)} + P_{(x-2)}$
Además: $P_{(1)} = 3$; $P_{(2)} = 4$
Calcular: $P_{(P_{(P_{(0)})})}$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) 9