



# RECURSOS DIDÁCTICOS

TERCERO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

## POLINOMIOS ESPECIALES

### 1. Polinomio Homogéneo

Es aquel polinomio en el cual todos sus términos son de igual grado absoluto.

Ejemplo:

$$P_{(x;y)} = \underbrace{2x^5y^4}_{G.A.=9} + \underbrace{6x^6y^3}_{G.A.=9} - \underbrace{x^2y^7}_{G.A.=9}$$



$P_{(x; y)}$  es homogéneo de grado: 9

### 2. Polinomio Ordenado

Un polinomio será ordenado con respecto a una variable, si los exponentes de dicha variable están: aumentando o disminuyendo, a partir del primer término.

Ejemplo:

$$P(x) = x^8 + x^5 - 2x^4 + 5x - 2$$

Es un polinomio ordenado en forma descendente (los exponentes de "x" disminuyendo a partir del primer término).

### 3. Polinomio Completo

Un polinomio será completo con respecto a una variable; si dicha variable posee todos los exponentes, desde el mayor hasta el exponente **cero**, inclusive.

Ejemplo:

$$P(x) = 2x^3 + x^2 + x^4 - 2x + 6x^0$$

→  $P(x)$  es completo

#### ↳ Propiedad

En todo polinomio completo y de una sola variable, el número de términos es equivalente al grado aumentado en la unidad.

Entonces: # de términos de  $P(x) = \text{Grado} + 1$

Ejemplo:

$$P(x) = x^{16} + x^{15} + x^{14} + \dots + x^2 + x + 1$$

$$G.A. (P(x)) = 16$$

Entonces: # de términos de  $P(x) = 16 + 1 = 17$

### 4. Polinomios Idénticos ( $\equiv$ )

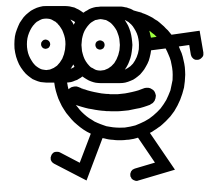
Dos polinomios son idénticos si tienen el mismo valor numérico para cualquier valor asignado a sus variables. En dos polinomios idénticos los coeficiente de sus términos semejantes son iguales.

Es decir, si:

$$ax^2 + bx + c \equiv mx^2 + nx + p$$

Se cumple que:

$$\begin{cases} a = m \\ b = n \\ c = p \end{cases}$$



### 5. Polinomio Idénticamente nulo

Es aquel que se anula para cualquier valor de sus variables. En todo polinomio idénticamente nulo reducido, sus coeficientes son iguales a cero.

Es decir si:  $ax^2 + bx + c \equiv 0$

Se cumple que:

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

1. Calcular (mn) sabiendo que el polinomio es homogéneo.

$$P_{(x,y)} = 5x^m y^4 + \sqrt{3}x^6 y^2 - 2x^3 y^{5+n}$$

- a) 1                      b) 0                      c) -1  
d) 4                      e) -2

2. Calcular la suma de coeficientes de  $P(x)$  sabiendo que es un polinomio completo.

$$P(x) = 5x^{m+2} - 3x^4 + 4x^2 + 3x + 2m$$

- a) 10                      b) 9                      c) 11  
d) 12                      e) 13

3. Se tienen los polinomios:

$$M(x) = 3x^2 + (b + 3)x + c^2 - 3$$

$$N(x) = (7 - a)x^2 + (2b + 1)x + 1$$

Donde:  $M(x) \equiv N(x)$

Hallar:  $E = a - b - c$

- a) 0                      b) 1                      c) 2  
d) 3                      e) 4

4. Dados los polinomios idénticos.

$$M(x) = 3x^4 - (a + b)x^a$$

$$N(x) = (b + n)x^{a+1} - x^3$$

Calcular:  $E = \sqrt{2a + b + n}$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

5. El polinomio es idénticamente nulo:

$$P(x) = (a^2 + b^2 - 2ab)x^3 + (b^2 + c^2 - 2bc)x^2 + (a - c)x + d - 3$$

Hallar:  $E = \frac{a+b+c}{bd}$

- a) 0                      b) 1                      c) 2  
d) 3                      e) 4

6. Si:  $P(x)$  es completo y ordenado

Hallar: "b"

$$P(x) = ax^{a+b} - x^{a+2} - x^{2a} + 3x^a + x^{a-1}$$

- a) -1                      b) 0                      c) 1  
d) 2                      e) 3

7. Si el polinomio esta ordenado en forma ascendente:

$$P(x) = 5x^3 + 7x^8 + 9x^{m+3} + bx^{n+2} + x^{11}$$

Hallar: "m + n"

- a) 10                      b) 15                      c) 17  
d) 21                      e) 35

8. Sea  $P(x)$  un polinomio mónico:

$$P(x) = (3 - a)x^3 - (b - 2)x^2 + (3 + a + b)x$$

Determinar la suma de coeficientes de  $P(x)$

- a) 6                      b) 7                      c) 8  
d) 9                      e) 10

9. Indicar cual o cuales de los siguientes polinomios son homogéneos:

Donde  $(a, b, c, d \in \mathbb{Z}^+)$

I.  $P(x) = x^{a+b} + y^{b+1}$

II.  $P(x, y) = x^{1+a+b}y^2 + 3x^{3+a}y^b$

III.  $P(x) = x^{a+b+2} + x^{a+c+d}$

- a) Sólo I                      b) Sólo II                      c) Sólo III  
d) I y II                      e) Ninguno

10. Calcular:  $(a + b + c)$

Si:  $P(x) \equiv Q(x)$

Siendo:  $P(x) = 4x^2 + 3x + 2$

$$Q(x) = (a + b - 1)x^2 + (b - c + 2)x + (c - a + 4)$$

- a) 1                      b) 2                      c) 4  
d) 6                      e) 8

11. Sea  $M(x)$  un polinomio idénticamente nulo:

Si:  $(a, b, c, d \in \mathbb{Z})$

$$M(x) = (a + b - 10)x^3 + (b + c + 7)x^2 + (c + a + 2)x + 2d + 1$$

Hallar:  $F = \left[ \frac{(a+b)(c+d)}{3(a^2+b^2)} \right]^{(a+b+c+d)}$

- a) -1                      b) 3                      c) 2  
d) 0                        e) 1

12. Indicar el grado de homogeneidad de:

$$P(x,y) = x^{a+b}y^{3+a-b} + 5x^{a+17} + 7x^4y^{b+5}$$

- a) 29                      b) 30                      c) 31  
d) 32                      e) 33

13. Calcular el grado del polinomio ordenado estrictamente descendente:

$$P(x) = \sqrt{5}x^{7+a} + \sqrt{2}x^{2a+3} + mx^{5+a}$$

- a) 8                        b) 9                        c) 10  
d) 11                      e) 12

14. Se cumple que:

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma \equiv (\alpha x + 2n)^2$$

Indicar:  $E = \frac{\beta^2 - \alpha\gamma}{3\beta^2}$

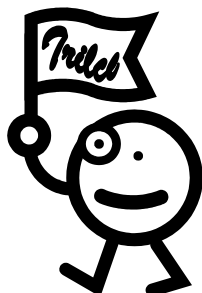
- a) 1/3                      b) 1/4                      c) 3/4  
d) 2/3                      e) 1/2

15. Indicar la suma de coeficientes del siguiente polinomio

$$P(x,y) = ax^a + bcx^b y^c + dy^d$$

Sabiendo que es completo y ordenado respecto a sus dos variables.

- a) 1                        b) 2                        c) 3  
d) 4                        e) 5



## TAREA DOMICILIARIA

1. Calcular (ab) sabiendo que el polinomio es homogéneo:

$$P(x,y) = \sqrt{2}x^a y^5 + \sqrt{5}bx^2 y^b - 3x^7 y^2$$

- a) 10                      b) 20                      c) 25  
d) 28                      e) 35

2. Hallar la suma de coeficientes de  $Q(x)$  sabiendo que es un polinomio completo.

$$Q(x) = \sqrt{5}x^{m+2} - m\sqrt{5}x + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}x^2$$

- a) 1                        b) 2                        c) 3  
d) 4                        e)  $\sqrt{5}$

3. Se dan los polinomios:

$$P(x) = (a-3)x^2 + (b^2-2)x + 1$$

$$Q(x) = 5x^2 + 2x + c$$

Donde:  $P(x) \equiv Q(x)$

Hallar:  $E = a + b - c$

- a) 2                        b) 3                        c) 4  
d) 9                        e) 10

4. Dados los polinomios idénticos:

$$P(x) = x^3 - 4x^a$$

$$Q(x) = x^{a+2} + (b-2a)x$$

Calcular:  $a + b$

- a) -2                      b) -1                      c) 0  
d) 1                        e) 2

5. El polinomio es idénticamente nulo:

$$P(x) = (m-3)x^4 + (n^2-4)x^3 + (n-2)x^2 + px + c - 4$$

Hallar:  $M = \frac{m+n+p}{c+1}$

- a) 0                        b) 1                        c) 2  
d) 3                        e) 4

6. Si:  $Q(x)$  es completo y ordenado

Hallar: " $m^{2n}$ "

$$Q(x) = mx^{m+1} + \sqrt{5}x^m + 5x^{2m-4}$$

- a) 2                      b) 4                      c) 3  
d) 1                      e) 0

7. Si el polinomio esta ordenado en forma ascendente:

$$P(x) = mx^{n+1} + bx^3 + 5x^{4+n} + 3x^5$$

Hallar: " $n$ "

- a) -1                      b) 0                      c) 1  
d) 2                      e) 3

8. Sea  $P(x)$  un polinomio mónico:

$$P(x) = (a - 6)x^3 + 7x^2 + (2a - 13)x^4 + ax$$

Hallar:  $F = \sum \text{coeficientes}$

( $\sum$  indica sumatoria)

- a) 13                      b) 14                      c) 15  
d) 16                      e) 17

9. Indicar cuantos de los polinomios son homogéneos:

Donde  $(m, n, p \in \mathbb{Z}^+)$

I.  $P(x, y) = 3x^{m+n}y^p + 5x^m y^{n+p}$

II.  $M(x, y) = 5x^3 y^{m+n} + \sqrt{2} x^{m+3} y^{n+1}$

III.  $N(x, y) = 4x^2 y^{3+p} + 7x^5 y^p$

- a) Sólo I                      b) Sólo II                      c) Todas  
d) I y III                      e) Sólo III

10. Calcular:  $(m + n + p)$

Si:  $P(x) \equiv M(x)$

Siendo:  $P(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 1$

$$Q(x) = (m + n - 1)x^3 + (n + p - 2)x^2 + (p)x + 1$$

- a) 2                      b) 4                      c) 6  
d) 8                      e) 12

11. Sea  $P(x)$  un polinomio idénticamente nulo:

$$P(x) = (m + n + 3)x^2 + (2m + n - 1)x + n - 2$$

Hallar:  $E = (m + n)^{50}$

- a) 3000                      b) -1                      c) 0  
d) 1                      e)  $m + n - mn$

12. Indicar el  $GR(x, y)$  si el grado de homogeneidad de  $M(x, y)$  es 12.

$$M(x, y) = 5x^{a+b} + 3x^b y^b + 4x^m y^n$$

(Donde  $m < 4$ )

- a) 8                      b) 10                      c) 21  
d) 12                      e) 14

13. Señale el grado del polinomio entero y ordenado en forma estrictamente decreciente.

$$P(x) = x^{12-2a} + x^{2a-4} + x^{4-2a}$$

- a) 3                      b) 4                      c) 5  
d) 6                      e) 7

14. Si:  $ax^2 + bx + c \equiv (mx + n)^2$

Calcular:  $F = \frac{b^2 + ac}{b^2 - ac}$

- a) 4/5                      b) 5/3                      c) 3/5  
d) 1/3                      e) 1/5

15. Hallar la suma de coeficientes del siguiente polinomio :

$$P(x, y) = mx^a + bx + bx^b + x^m \cdot y^3$$

Sabiendo que es completo y ordenado.

Respecto de  $x$ .

- a) 6                      b) 7                      c) 8  
d) 9                      e) 10