

# RECURSOS DIDÁCTICOS

## CUARTO DE SECUNDARIA

## ÁLGEBRA

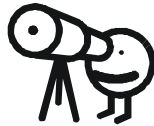
### DIVISIÓN ALGEBRAICA

Cuando aprendimos a dividir en el conjunto IN, vimos que esta operación presentaba el siguiente esquema:

Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 8} \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

$$35 = 8(4) + 3$$



Análogamente para polinomios:

$$\begin{array}{r} x^2 + 1 \overline{) x - 1} \\ 2 \quad x + 1 \end{array}$$

$$x^2 + 1 = (x - 1)(x + 1) + 2$$



### DIVISIÓN DE POLINOMIOS

Operación algebraica definida para polinomios ordenados en forma descendente que consiste en hallar dos polinomios llamados cociente y residuo a partir de otros dos llamados dividendo y divisor.

#### IDENTIDAD FUNDAMENTAL

$$D(x) = d(x)q(x) + R(x)$$

También:

$$\frac{D(x)}{d(x)} = \frac{Q(x)}{d(x)} + \frac{R(x)}{d(x)}$$

Donde:

- $D(x)$  :
- $d(x)$  :
- $q(x)$  :
- $R(x)$  :

Ejemplo:

$$\frac{x^3 + 3}{D(x)} = \frac{(x+1)}{d(x)} \frac{(x^2 - x + 1)}{q(x)} + \frac{2}{R(x)}$$

#### Observación

r  
r  
r

#### CLASES

w División Exacta:  $R(x) = 0$

$$D(x) = d(x)q(x)$$

w División Inexacta:  $R(x) \neq 0$

$$D(x) = d(x)q(x) + R(x)$$

#### PROPIEDADES

1.  $[q(x)]^{\circ} = [D(x)]^{\circ} - [d(x)]^{\circ}$

$$\text{Ejm.: } \frac{x^5 + x^4 + 7}{x^2 + 2x + 6}$$

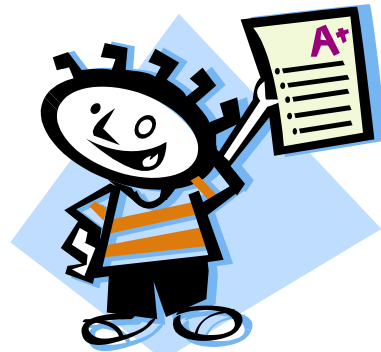
$$[q^{\circ}(x)] = 5 - 2 = 3$$

2.  $[R(x)]^{\circ} < [d(x)]^{\circ}$

$$\text{Ejm.: } \frac{x^6 + 2x^5 + 8}{x^3 + 6x + 1}$$

El grado del residuo podría ser:

- Grado 2 de forma:  $Ax^2 + Bx + C$
- Grado 1 de forma:  $Ax + B$
- Grado 0 de forma:  $A$
- División exacta: 0



# MÉTODO PARA DIVIDIR

## MÉTODO DE HORNER

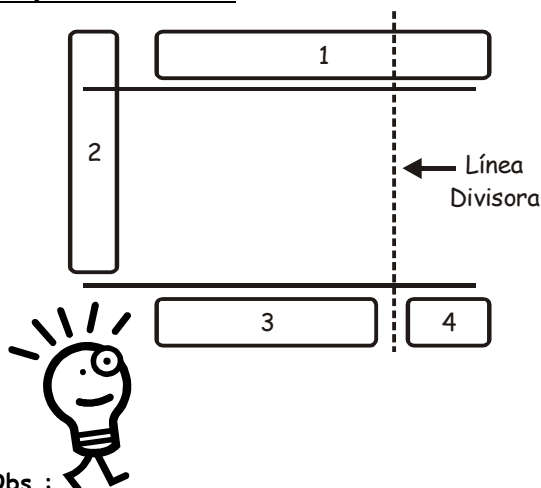
También conocido como el método de la división sintética, debiendo cumplirse las siguientes condiciones:

- ✓ Todos los polinomios (D, d, q, R) tienen que ser polinomios completos y ordenados en una sola variable.
- ✓ Para dividir mediante este método solamente se utilizarán los coeficientes.

### Pasos a seguir:

1. Coeficientes del dividendo ordenado decrecientemente en una variable, completo o completado.
2. Coeficientes del divisor ordenado decrecientemente en una variable, completo o completado, con signo contrario, salvo el primero.
3. Coeficientes del cociente que se obtienen de dividir la suma de los elementos de cada columna entre el primer coeficiente del divisor.  
Cada coeficiente del cociente se multiplica por los demás coeficientes del divisor para colocar dichos resultados a partir de la siguiente columna en forma horizontal.
4. Coeficientes del residuo que se obtienen de sumar las columnas finales una vez obtenidos los coeficientes del cociente.

### ESQUEMA GENERAL



Obs.:

La línea divisoria se colocará separando tantos términos de la parte final del dividendo como grado del divisor.

Ejemplo: ↯

Dividir:

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 3x + 4}{x^2 - 3x + 4}$$

Colocamos los coeficientes del dividendo y divisor.

1	1	-3	5	-3	4
3					
-4					

Como el divisor es de grado 2, trazamos la línea divisoria 2 lugares hacia la izquierda.

1	÷	1	-3	5	-3	4
3		3	-4			
-4		0	0			
		1	0			
x		1	0	1	0	0

$$q_{(x)} = 1x^2 + 0x + 1 = x^2 + 1$$

$$R_{(x)} = 0x + 0 = 0$$

- La división es exacta.

Ejemplo: -

Dividir:

$$\frac{10x^5 + 3x^4 - 17x^3 - x^2 - 5}{3x^2 + 2x^3 - x - 2}$$

2	÷	10	3	-17	-1	0	-5
-3		-15	5		10		
1		-12	18		-6	-12	
2		6			-9	3	6
x		5	-6	3	-6	-9	1

$$q(x) = 5x^2 - 6x + 3$$

$$R(x) = -6x^2 - 9x + 1$$



## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Hallar el cociente de la siguiente división:

$$\frac{x^3 + 5x^2 - 7x + 5}{x^2 + 2x - 3}$$

- a)  $x + 5$                       b)  $x^2 + 3$                       c)  $x + 3$   
 d)  $-10x + 14$                   e)  $10x - 14$

2. Calcular la suma de coeficientes del cociente de dividir:

$$\frac{4x^4 - 5x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x - 1}$$

- a) 15                              b) 20                              c) 10  
 d) 5                                e) 25

3. Luego de dividir:

$$\frac{x^5 - 3x^2 + x + 1}{x^2 + x - 1}$$

Hallar el residuo de la división:

- a)  $9x + 6$                       b)  $9x - 5$                       c)  $9x$   
 d)  $9x + 5$                       e)  $10x - 5$

4. Hallar el resto en:

$$\frac{x^4 + 2x^2 + 3x + 4}{x^2 + x + 2}$$

- a)  $4x + 1$                       b)  $4x + 2$                       c)  $4x + 3$   
 d)  $4x - 1$                       e)  $4x - 2$

5. Hallar "A + B" si al dividir:

$$\frac{2x^4 + x^3 + 3x^2 + Ax + B}{x^2 - 2x + 1}$$

El resto resulta:  $2x + 3$

- a) -2                              b) -1                              c) 0  
 d) 1                                e) 2

6. Hallar A/B si la división:

$$\frac{2x^4 + 3x^3 + x^2 + Ax + B}{x^2 + 2x + 3}$$

Es exacta:

- a) 1                                b) -1                              c) 2  
 d) -2                              e) 3

7. Hallar el valor de  $A^B$  si la división es exacta:

$$\frac{Ax^4 + Bx^3 + 7x^2 + 4x + 3}{3x^2 + x + 3}$$

- a) 81                              b) 27                              c) 32  
 d) 16                              e) 25

8. Calcular  $S = mn^2$  si el polinomio:

$$P(x) = 6x^4 + 5x^3 + 2mx - 3n$$

es divisible por:  $2x^2 + x + 3$

- a) -25                              b) 25                              c) 28  
 d) 24                              e) 20

9. El residuo de la división:

$$\frac{6x^4 - x^3y - 6x^2y^2 + 5xy^3 - y^4}{2x^2 + xy - 2y^2}$$

Es igual a 16 cuando "y" es igual a:

- a) -3                              b) 0                                c) 2  
 d) 5                                e) -12

10. Si:  $P(x) = 15x^4 + 7x^3 + Ax^2 + Bx + C$  se divide entre  $f(x) = 5x^2 - x + 3$  se obtiene un cociente cuyos coeficientes van disminuyendo de 1 en 1, a partir del primero, y un residuo  $R(x) = 2x + 5$ . Calcule:  $A + B + C$

- a) 2                                b) 27                              c) 9  
 d) 20                              e) 0

11. Calcular "a" si la suma de coeficientes del cociente es 161, tal que el resto es 16.

$$\frac{ax^{51} + 2bx + 2b - a}{x - 1}$$

- a) 1                                b) 2                                c) 3  
 d) 4                                e) 5

12. Hallar la relación entre "m" y "p" para que la división:

$$\frac{x^5 - (m^2 + 2n)x^3 + m^3x + p - 2n^3}{x^2 + mx - n}$$

sea exacta.

- a)  $p^2 = 3m^6$                       b)  $p^2 = 4m^9$                       c)  $mp^2 = 9$   
 d)  $m^2 = p^4$                       e)  $p^2 = 3m^6$

13. Halle el valor de "a + b" si el resto de:

$$\frac{ax^4 + bx^3 + 2bx^2 - x - 3}{x^2 + 1}$$

es: (x + 5)

- a) 12x                      b) 3                      c) 4  
d) 5                      e) 6

14. En el siguiente esquema de una división de polinomios en "x" por Horner, halle el resto:

a	a	b	a	b	a
b		b	c		
c			b	c	
				c	c <sup>2</sup>
	b	b	c	(b+2c)	(a+c <sup>2</sup> )

- a) 7x + 11                      b) 3x + 1                      c) 2x + 1  
d) 3                      e) 0

15. Si la división:

$$\frac{\alpha x^8 + 20x^4 + \beta x^2 + 6}{x^3 - 2x^2 + 3}$$

Deja como residuo: R(x) =  $\theta + 7 + 9x^2$   
Calcule:  $\alpha + \beta + \theta$

- a) 2                      b) 7                      c) 4  
d) 9                      e) 10

**TAREA DOMICILIARIA N° 1**

1. Hallar el cociente de la siguiente división:

$$\frac{4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 5}{x^2 - 3x + 1}$$

- a) 4x<sup>2</sup> + 9x + 25    b) 4x<sup>2</sup> + 9                      c) x<sup>2</sup> + 9x  
d) 4x<sup>2</sup> - 9x                      e) 4x<sup>2</sup> + 9x - 25

2. Hallar la suma de coeficientes del cociente de la siguiente división:

$$\frac{2x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 4x + 8}{2x^2 + x - 2}$$

- a) 2                      b) 5                      c) 7  
d) 9                      e) 13

3. Luego de dividir:

$$\frac{10x^5 + 3x^4 - 17x^3 - x^2 - 5}{2x^3 + 3x^2 - x - 2}$$

Hallar el residuo de la división:

- a) 2x + 6                      b) 2x + 1                      c) -6x<sup>2</sup> - 9x + 1  
d) x - 2                      e) 3x + 1

4. Indique el resto en:

$$\frac{2x^4 + 3x^3 + 4x + 5}{x^2 + x + 2}$$

- a) 6x + 15                      b) 7x + 15                      c) 7x + 13  
d) 6x + 11                      e) 6x + 13

5. Calcular: "A + B" si la división:

$$\frac{x^4 + 2x^3 + 5x^2 + Ax + B}{x^2 + x - 2}$$

Tiene por resto: (3x + 14)

- a) 7                      b) 12                      c) 19  
d) 9                      e) 5

6. Si la división:

$$\frac{x^4 + 4x^3 + x^2 + Ax + B}{x^2 + 3x + 1}$$

Es exacta, indique "AB"

- a) 10                      b) 12                      c) 24  
d) 36                      e) 42

7. Dividir y hallar (p + q)

Si la división:

$$\frac{x^4 + (p-3)x^2 + q + 3}{x^2 + x + 1}$$

es exacta:

- a) 1                      b) -2                      c) 2  
d) -1                      e) 8

8. Encontrar el valor de "m + n + p" si la división:

$$\frac{6x^5 - 17x^4 + 7x^3 + mx^2 + nx + p}{3x^3 - 4x^2 + 5x - 7}$$

es exacta:

- a) 22                      b) 18                      c) 11  
d) 25                      e) 28

9. En la división exacta, halle  $(b + c)$ , donde:

$$\frac{x^3 + bx^2 + 5x}{x^2 + 3x + c}$$

- a) 10                      b) 3                      c) 5  
d) 9                        e) 8

10. Dividir y hallar  $(a + b)$  si la división:

$$\frac{x^4 - 4x^3 + 6x^2 - (a+2)x + b + 3}{x^2 + 2x + 1}$$

Deja por resto:  $-27x - 11$

- a) 3                        b) -3                      c) 0  
d) 4                        e) N.A.

11. En la siguiente división indicada:

$$\frac{6x^4 - ax^3 + bx^2 + 10x}{3x^2 - 2x + 1}$$

El resto es  $R(x) = x + 2$ . Indique

- a) 36                      b) 25                      c) 30  
d) 50                      e) 154

12. Al efectuar:

$$\frac{9x^4 - x^2 + mx + n}{3x^2 - 2x - 1}$$

Se obtiene como resto:

$$R(x) = m^2x + n^{10}; m \in \mathbb{Z}^+ \wedge n \in \mathbb{Z}$$

Calcule:  $m \cdot n$

- a) -3                      b) 4                        c) 9  
d) 1                        e) -2

13. Dado el polinomio:

$$P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx$$

Divisible por:  $x^2 + 3x - 4$  entonces calcule el valor de "C" si la división:

$$\frac{P(x) + C}{x - 2}$$

es exacta.

- a) 13                      b) 8                        c) -5  
d) 2                        e) -12

14. Considerando el siguiente esquema (Horner).

2	2	1	4	a	b
1					
3					
	Δ	*	□	1	1

Calcule:  $a + * + \circ + a + b$

- a) 1                        b) 5                        c) -1  
d) -11                    e) 14

15. En la división:

$$\frac{ax^5 - 3x^4 + x^3 - bx + b}{(x-1)^2}$$

El resto es idénticamente nulo.

Halle:  $a + b$

- a) 1                        b) 3                        c) 4  
d) -1                      e) 0

