



RECURSOS DIDÁCTICOS

QUINTO DE SECUNDARIA

ÁLGEBRA

FACTORIZACION I

1. FACTOR ALGEBRAICO

Sean F y P dos polinomios de grados positivos. Decimos que F es factor algebraico de P si y sólo si P es divisible por F, es decir $P \div F$ es exacta.

2. FACTOR PRIMO

Sean F y P dos polinomios de grados positivos. Decimos que F es un factor primo de P si y sólo si F es polinomio irreducible y factor algebraico de P.

FACTORIZACIÓN

Es la transformación de un polinomio en la multiplicación indicada de sus factores primos (o potencias de sus factores primos).

Ejemplo:

- $P(x, y) = 2x^2y^3(x - 5)^4(x^2 - x + 1)^5(y - 2)^6$ tiene 5 factores primos:
 4 lineales : x ; y ; $(x - 5)$; $(y - 2)$
 1 cuadrático : $(x^2 - x + 1)$

CRITERIOS PARA FACTORIZAR

Existen diversos criterios para factorizar polinomios, entre ellos tenemos:

1. FACTOR COMÚN - AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Se buscan factores comunes que pueden ser monomios o polinomios. En caso de no haber algún factor común, se agrupará convenientemente tratando de que aparezca algún factor común.

Ejemplo:

- Factorizar: $4x^4 + 5x^2$ notamos que x^2 es un factor común.
 $\Rightarrow x^2(4x^2 + 5)$; donde sus factores primos son: " x " y " $4x^2 + 5$ "

Factorizar:

$$a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x^3 - 2xy$$

Veamos que no existe factor común alguno a simple vista, entonces tendremos que agrupar apropiadamente:

$$\Rightarrow a^2x - 2a^2y - ax^2 + 2axy + x^3 - 2x^2y$$

$$\Rightarrow a^2(x - 2y) - ax(x - 2y) + x^2(x - 2y)$$

$$\Rightarrow (x - 2y)(a^2 - ax + x^2)$$

2. CRITERIO DEL ASPA SIMPLE

Se utiliza para factorizar a polinomios de la siguiente forma general:

$$\begin{matrix} Ax^{2n} + Bx^n y^m + Cy^{2m} \\ \phantom{Ax^{2n} + Bx^n y^m + Cy^{2m}} \\ \phantom{Ax^{2n} + Bx^n y^m + Cy^{2m}} \\ Ax^{2n} + Bx^n + C \end{matrix} \quad m, n \in \mathbb{N}$$

Ejemplo:

$x^2 + 5x + 6$
 $x \rightarrow 3 \Rightarrow 3x$
 $x \rightarrow 2 \Rightarrow 2x$
 $\Rightarrow (x + 3)(x + 2)$

PROCEDIMIENTO

En los extremos del aspa se colocan los factores que multiplicados en sentido vertical deben reproducir los términos encerrados en los círculos punteados. Además la suma de los productos en aspa debe reproducir el término central; si es así los factores serán tomados en forma horizontal.

Ejemplo:



$$\begin{array}{c}
 \textcircled{x^2} - 8x + \textcircled{15} \\
 \begin{array}{ccc}
 x & & -5 \\
 \diagdown & & \diagup \\
 & 8x & \\
 \diagup & & \diagdown \\
 x & & -3
 \end{array} \\
 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = (x - 5)(x - 3)
 \end{array}$$

3. CRITERIO DE LAS IDENTIDADES

En este caso utilizaremos las equivalencias algebraicas en sentido inverso al de los productos notables.

Ejemplo:

- Factorizar: $x^3 + x^2 - x - 1$
 - $x^2(x + 1) - (x + 1) = (x + 1)(x^2 - 1)$
 - $(x + 1)(x + 1)(x - 1)$
 - ⇒ $x^3 + x^2 - x - 1 \equiv (x + 1)^2(x - 1)$

- Factorizar: $x^4 + 2x^2 + 9$
 - Hacemos por conveniencia que:
 - $2x^2 = 6x^2 - 4x^2$
 - entonces:
 - $x^4 + 6x^2 + 9 - 4x^2$
 - $(x^2 + 3)^2 - 4x^2 \equiv (x^2 + 3)^2 - (2x)^2$
 - diferencia de cuadrados.
 - $(x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Factorizar:

$$A(m, n) = mn^4 - 5m^2n^3 + 4m^3n^2 - 20m^4n;$$

dar el número de factores primos:

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

2. Factorizar:

$$F(x, y) = x^5y^5 - 2x^6y^4 + x^7y^3;$$

indicar un factor primo:

- a) $x + y$ b) $x - y$ c) $x - 2y$
d) $x + 2y$ e) x^5

3. Factorizar:

$$L(a, b, c, x) = a(x - 1) - b(1 - x) + cx - c;$$

dar un factor primo:

- a) $x + 1$ b) $a + b - c$ c) $a + b + c$
d) $x - 2$ e) $a - b + 2c$

4. Factorizar:

$$R(a, b, c) = a^3b^2 + b^3c^2 - a^3b^2 - b^5;$$

dar un factor primo:

- a) $b + c$ b) $a + b$ c) $a^2 - ab + b^2$
d) $2b + c$ e) $a - b + c$

5. Factorizar:

$$K(x, y) = (9x^2 - 4y^2)x^2 + 25y^2(4y^2 - 9x^2);$$

indicando el número de factores primos:

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

6. Factorizar: $M(x) = x^2 - b^2 + 2ax + a^2$

Dar un factor primo:

- a) $x + a$ d) $x + b$
b) $x + a - b$ e) $x + a - 2b$
c) $x - a + b$

7. Factorizar:

$$M(a, b) = a^2 + 2a + ab + b + 1;$$

dar un factor primo:

- a) $a + 2$ b) $a + 1$ c) $a - 1$
 d) $a + b - 1$ e) $2a + 1$

8. Factorizar:

$$P(x) = x^{14} - x^2 - 6x - 9;$$

indicando la suma de factores primos:

- a) $2x^7 - 6$ b) $2x^7$ c) $2x + 6$
 d) $x^7 + x$ e) $2x + 7$

9. Factorizar:

$$P(x, y) = 6x^2 - 31xy - 30y^2;$$

indique la suma de coeficientes de uno de los factores primos:

- a) 7 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

10. Factorizar:

$$M(x) = (x - 1)^4 + (x - 1)^2 - 6;$$

dar la suma de coeficientes de un factor primo:

- a) 1 b) -2 c) 5
 d) 6 e) -4

11. Factorizar:

$P(a, b, c) = (a + b + c)(a - b + c) - (a + b)(a - b)$;
 dar un factor primo.

- a) a b) c c) $2a - c$
 d) $2a + b$ e) $a + c$

12. Factorizar:

$$P(a, b, c) = a(a^2 + bc) + c(a^2 + b^2) - b^3;$$

e indique un factor:

- a) $a + b + c$ b) $a^2 + b^2$ c) $b^2 + c^2$
 d) $a - b + c$ e) $a^2 + bc$

13. Factorizar:

$$P(x) = (x + 1)^4 - 5(x + 1)^2 + 4;$$

indicando un factor primo:

- a) $x + 3$ b) $x + 5$ c) $x + 7$
 d) $x + 10$ e) $x + 8$

14. Factorizar:

$$P(a) = 35a^4 - 61a^2 + 25;$$

indicando el número de factores primos:

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 8

15. Factorizar y dar como respuesta el número de factores de:

$$P(x) = x^{32} - 1$$

- a) 4 b) 6 c) 10
 d) 8 e) 11

TAREA DOMICILIARIA N° 3

1. Factorizar:

$$M(a, b) = 64a^7b^7 - ab^{13};$$

dar un factor primo:

- a) a b) b^2 c) $2a - 3b$
 d) $4a^2 + 2ab - b^2$ e) $a + b^3$

2. Factorizar:

$$P(x, y) = x^5y + 2x^4y^2 + x^3y^3;$$

indicar un factor primo:

- a) $x + y$ b) $x - y$ c) $x - 2y$
 d) $x + 2y$ e) $x - 3y$

3. Factorizar:

$$M(x, y) = 12(x - y)^2 + 7(x - y) - 12;$$

dar el número de factores primos.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Factorizar:

$$M(x, y) = ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2);$$

dar un término de un factor primo.

- a) ay b) -ax c) -by
d) b e) $a^2 + b^2$

5. $F(a, b) = a^6 - 64b^6$ indicando el número de factores primos.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

6. Factorizar:

$$M(x, y) = (3x + y)^2 - (3y - x)^2;$$

dar el número de factores primos:

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Factorizar:

$$M(x, y) = x^3 - 2x^2y + xy^2 - 2y^3;$$

dar un factor primo:

- a) $x + y$ b) $x^2 + y^2$ c) $x + 2y$
d) $2x + y$ e) $x^2 - 2y$

8. Factorizar:

$$P(x, y) = 25x^4 - 109x^2y^2 + 36y^4;$$

indicando el número de factores primos:

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Factorizar:

$$M(x, y, z) = x^{m+a} + x^m y^b + x^a y^n + y^n y^b + z^p x^a + z^p y^b$$

dar un factor primo:

- a) $x^m + y^n$ b) $x^m - y^n$ c) $x^a + y^b$
d) $x^m + y^n - z^p$ e) $x^a - y^b$

10. Factorizar:

$$M(x) = x^6 - x^2 - 8x - 16;$$

dar el número de factores primos.

- a) 6 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

11. Factorizar:

$$R(m) = 3^{2m+2} - 3^{m+1} - 30;$$

dar el número de factores primos.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

12. Factorizar:

$$P(a, b, c) = (a + b)(a + b + c + 4) - 2c^2 + 5c + 3;$$

dar la suma de coeficientes de un factor primo.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

13. Factorizar: $P(x, y)$ e indicar un factor primo:

$$P(x, y) = 10x^4 + 7x^2y^2 - 12y^4$$

- a) $2x^2 + y^2$ b) $2x^2 + 3y^2$ c) $5x^2 - 2y^2$
d) $5x^2 + 3y^2$ e) $2x^2 - y^2$

14. Hallar el término independiente de uno de los factores que:

$$(x + 1)(x - 3)(x + 4)(x - 6) + 38$$

- a) 2 b) -5 c) 3
d) 5 e) 1

15. ¿Cuántos factores cuadráticos tiene el siguiente binomio?

$$P(x) = x^8 - 1$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4